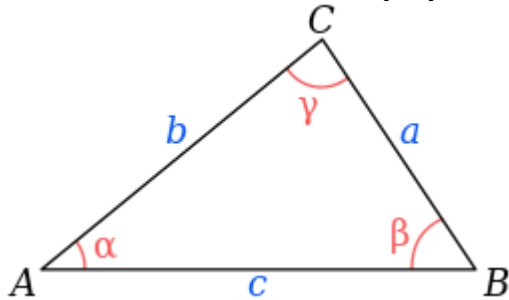


## Геометрия. Блок №26. Теорема косинусов

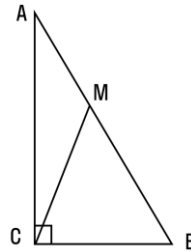
Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

Пример. Дан треугольник ABC. Найти длину CM.

$\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 9$ ,  $BC = 3$ ,  $AM/MB = 1/2$ , где M — точка на гипотенузе AB.

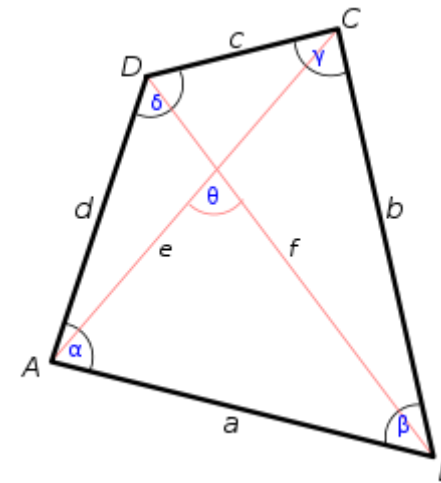


Решаем:

- Так как  $AM + MB = 9$ , а  $AM/MB = 1/2$ , то  $AM = 3$ ,  $MB = 6$ .  
Из треугольника ABC найдем  $\cos B$ :  
$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$
- Из треугольника CMB по теореме косинусов найдём CM:  
$$CM^2 = CB^2 + MB^2 - 2CB \cdot MB \cdot \cos B$$
  
$$CM^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} = 33$$
  
$$CM = \sqrt{33}$$

Ответ:  $CM = \sqrt{33}$ .

\* Информация для тех, кто хочет знать больше школьной программы:



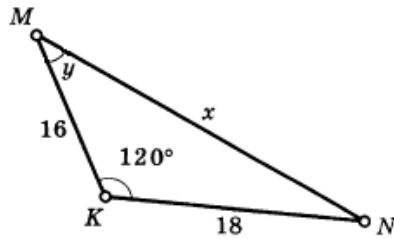
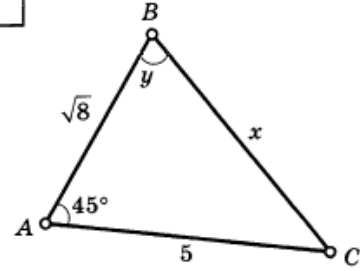
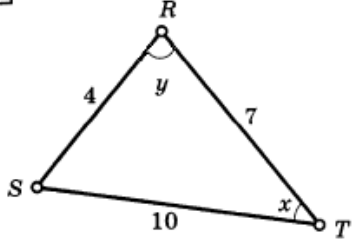
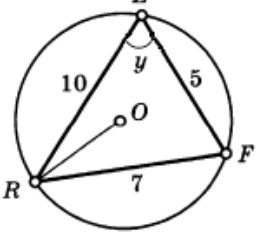
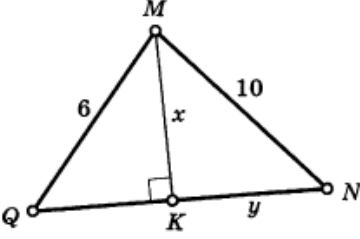
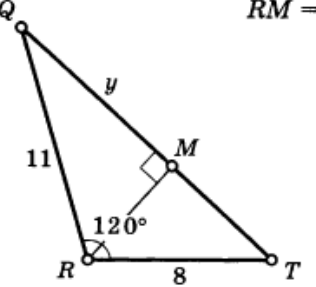
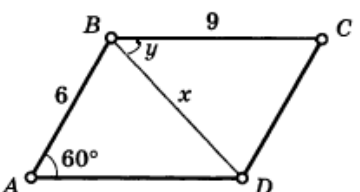
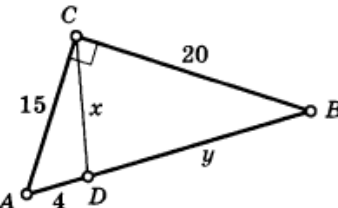
**Соотношение Бретшнейдера** — соотношение в четырёхугольнике, косвенный аналог теоремы косинусов:

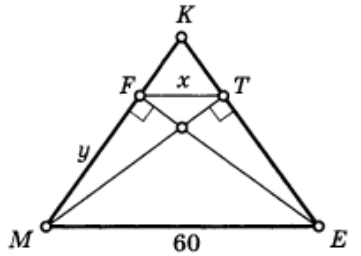
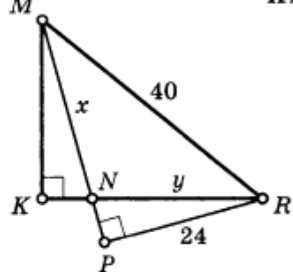
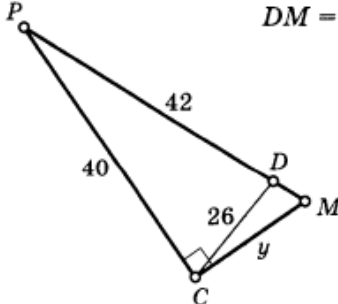
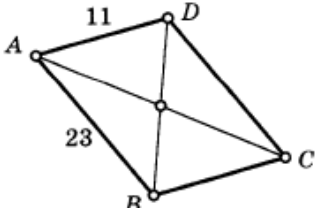
Между сторонами  $a, b, c, d$  и противоположными углами  $\alpha, \gamma$  и диагоналями  $e, f$  простого (несамопересекающегося) четырёхугольника выполняется соотношение:

$$e^2 f^2 = a^2 c^2 + b^2 d^2 - 2abcd \cos(\alpha + \gamma)$$

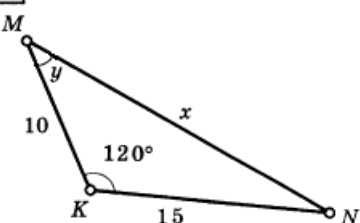
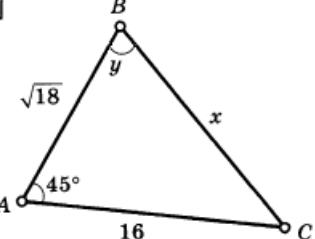
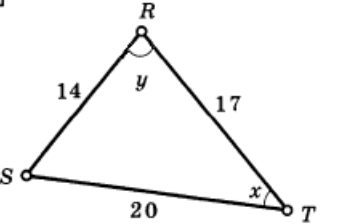
**!Удиви школьного учителя:**  
*спроси про соотношение Бретшнейдера*

Задания для занятия. Найдите  $x, y$ . Для нахождения значения неизвестных углов достаточно найти любую тригонометрическую функцию этого угла (синус, косинус и др.)

<p><b>1</b></p> 	<p><b>3</b></p> 
<p><b>2</b></p> 	<p><b>4</b> <math>RO = x</math></p> 
<p><b>5</b> <math>QN = 12</math></p> 	<p><b>7</b> <math>RM = x</math></p> 
<p><b>6</b> <math>ABCD</math> — параллелограмм</p> 	<p><b>8</b></p> 

<p><b>9</b> <math>ME \parallel FT, MK = EK = 50</math></p> 	<p><b>10</b> <math>KN = 7</math></p> 
<p><b>11</b> <math>DM = x</math></p> 	<p><b>12</b> <math>ABCD</math> — параллелограмм <math>BD = x, AC = y</math> <math>x : y = 2 : 3</math></p> 

Домашнее задание. Найдите  $x, y$ . Для нахождения значения неизвестных углов достаточно найти любую тригонометрическую функцию этого угла (синус, косинус и др.)

<p><b>1</b></p> 	<p><b>3</b></p> 
<p><b>2</b></p> 	<p><b>4</b> <math>RO = x</math></p> 