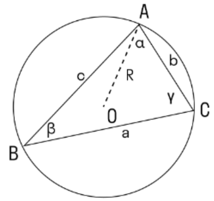
Геометрия. Блок №25. Теорема синусов

Стороны Δ-ка пропорциональны синусам противолежащих углов



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R,$$

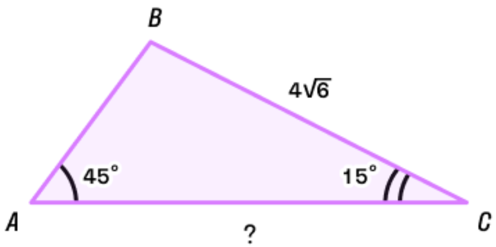
где R — радиус описанной около треугольника окружности.

$$R = \frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{b}{2\sin\beta} = \frac{c}{2\sin\gamma}$$

Основной смысл следствия из теоремы синусов заключен в этой формуле:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$$

Пример. В треугольнике ABC ∠A = 45°,∠C = 15°, BC = 4√6. Найти AC.



Решаем:

- Согласно теореме о сумме углов треугольника:

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\angle B = 180° - 45° - 15° = 120°$

- Сторону AC найдем по теореме синусов:

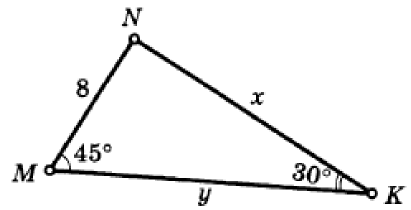
$$\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{BC}{\sin\angle A} \Rightarrow \frac{AC}{\sin\angle 120°} = \frac{4\sqrt{6}}{\sin\angle 45°} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow AC = \frac{4\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 4\cdot\sqrt{9} = 12$$

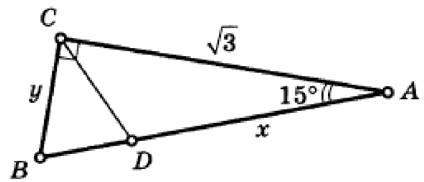
Ответ: AC = 12.

Задания для занятия. Найдите *x*, *y*

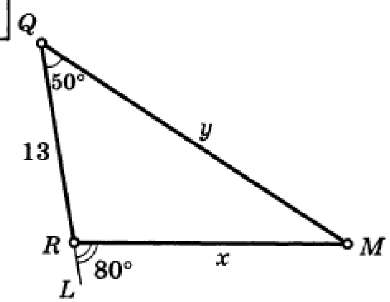
1



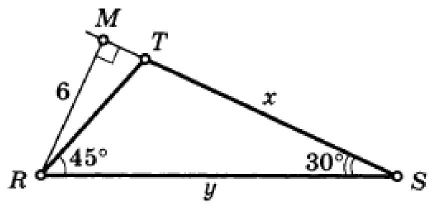
5 *CD* — биссектриса



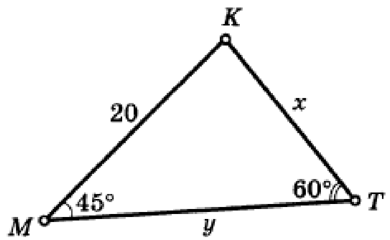
2



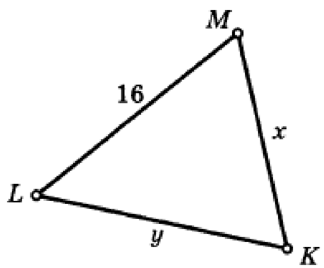
6



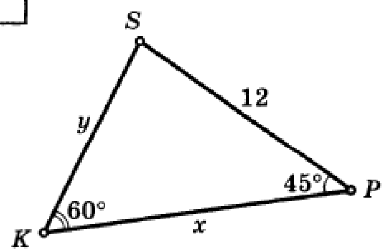
3



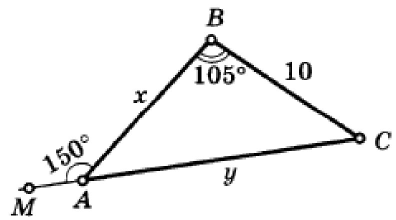
7 $\angle K : \angle L : \angle M = 4 : 2 : 3$



4

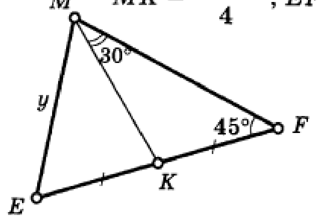


8



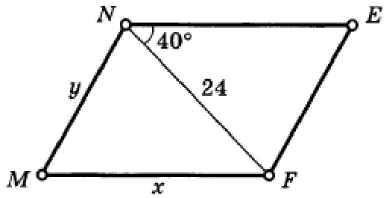
9

$MK = \frac{13\sqrt{2}}{4}$, $EF = x$

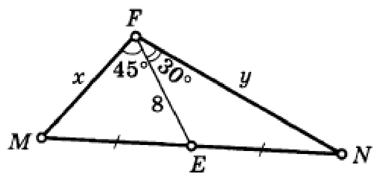


13

$MNEF$ — параллелограмм
$\angle MFE = 120°$

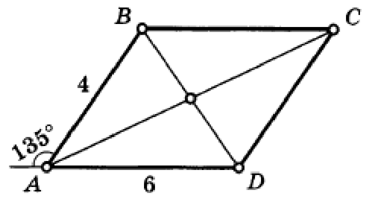


10

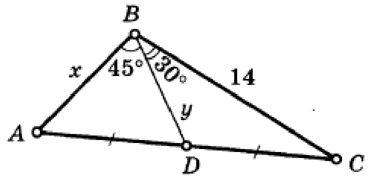


14

$ABCD$ — параллелограмм
$BD = x$, $AC = y$

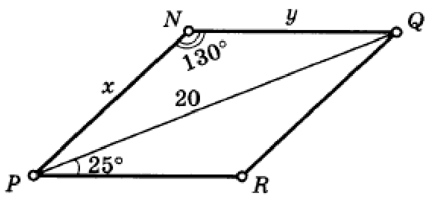


11



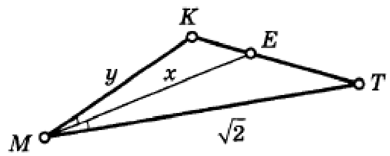
15

$PNQR$ — параллелограмм
$PQ = 20$



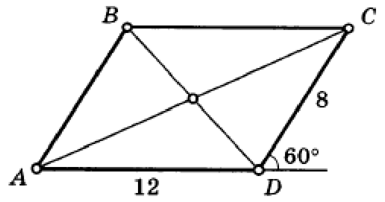
12

ME — биссектриса
$\angle M = 30°$
$MK = KT = y$



16

$ABCD$ — параллелограмм
$AC = x$, $BD = y$



Домашнее задание

Задача 1

В треугольнике *ABC*, $BC = \sqrt{3}$, *AC*=2. Если $\angle ABC = 60^\circ$, найдите $\sin \angle BAC$.

Задача 2

В остроугольном треугольнике *ABC*, $BC = 2\sqrt{3}$, *AC*=2. Если $\angle ABC = 30^\circ$, найдите $\angle BAC$ в градусах.

Задача 3

В треугольнике *ABC*, $BC = 5$, *AC*=3. Если $\sin \angle ABC = \frac{2}{5}$, найдите $\sin \angle BAC$.

Задача 4

В треугольнике *ABC*, $BC = 5$, $AC = 7\sqrt{2}$. Если $\angle ABC = 45^\circ$, найдите $\sin \angle BAC$.

Задача 5

В треугольнике *ABC*, $BC = 5$, *AC*=9. Если $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$, найдите $\sin \angle BAC$.

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\text{tg}\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$