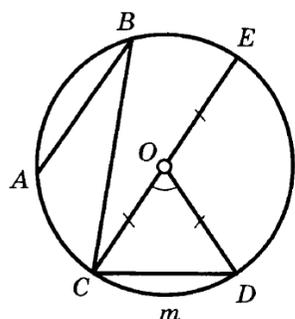


Геометрия. Блок №20. Касательная к окружности

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от одной ее точки (центра).

Отрезок, соединяющий центр окружности с точкой на окружности, называется **радиусом**.



Обозначение: r или R .
 На рисунке $OC = OE = OD = R$.
 Часть окружности (например, CmD) называется **дугой**.

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой**, а хорда, проходящая через центр, — **диаметром**.

AB, BC, CD и CE — хорды окружности.
 CE — наибольшая из хорд — диаметр.

Обозначение: d или D .

$$D = 2R.$$

Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом**.

Метрические соотношения в окружности

Если хорды AB и CD пересекаются в точке E , то **произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой** (рис. 1).

$$AE \cdot EB = CE \cdot ED.$$

Если из точки B к окружности проведены две секущие BDA и BEC , то

$$DB \cdot AB = EB \cdot CB \text{ (рис. 2).}$$

Если из точки B к окружности проведена секущая BDA и касательная BC , то **произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной** (рис. 3).

$$AB \cdot DB = BC^2.$$

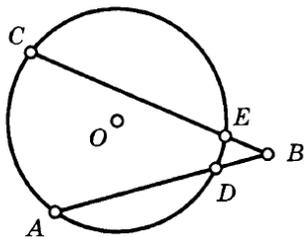


Рис. 2

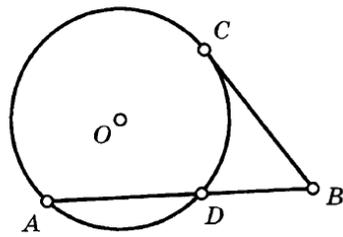


Рис. 3

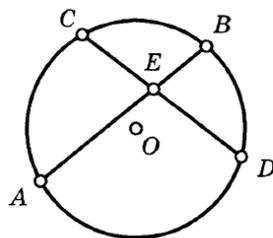
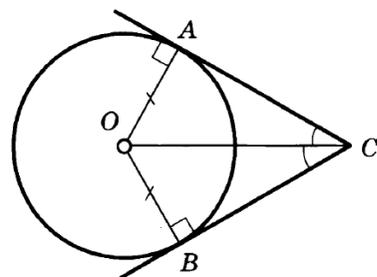


Рис. 1

Свойства касательных к окружности



Угол, образованный двумя касательными (CA и CB), исходящими из одной точки, называется **описанным** ($\angle ACB$).

1. Радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной.

2. Две касательные, проведенные к окружности из одной точки, равны, и центр окружности лежит на биссектрисе угла между ними.

Угол между хордой и касательной измеряется половиной дуги, заключенной внутри него (рис. 1).

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup BmC.$$

Угол между двумя касательными измеряется полуразностью дуг (рис. 2).

$$\angle ABC = \frac{1}{2} (\cup AmC - \cup AnC).$$

Угол между двумя хордами измеряется полусуммой дуг, на которые он опирается (рис. 3).

$$\angle AEC = \frac{1}{2} (\cup AmC + \cup BnD).$$

Угол между секущими измеряется полуразностью дуг между ними (рис. 4).

$$\angle ABC = \frac{1}{2} (\cup AmC - \cup EnD).$$

Угол между касательной и секущей измеряется полуразностью отсекаемых ими дуг, прилежащих к касательной (рис. 5).

$$\angle ABC = \frac{1}{2} (\cup AmC - \cup CnD).$$

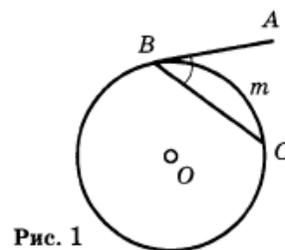


Рис. 1

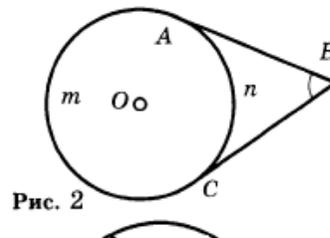


Рис. 2

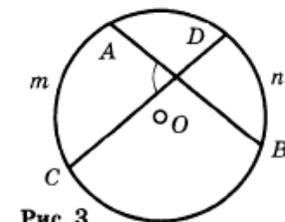


Рис. 3

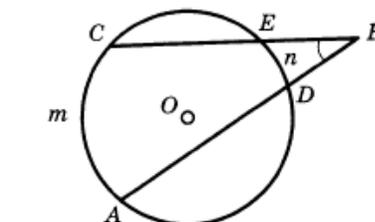


Рис. 4

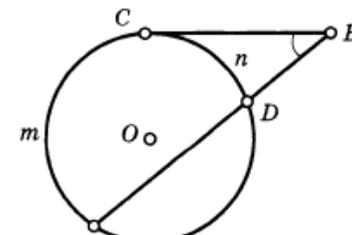
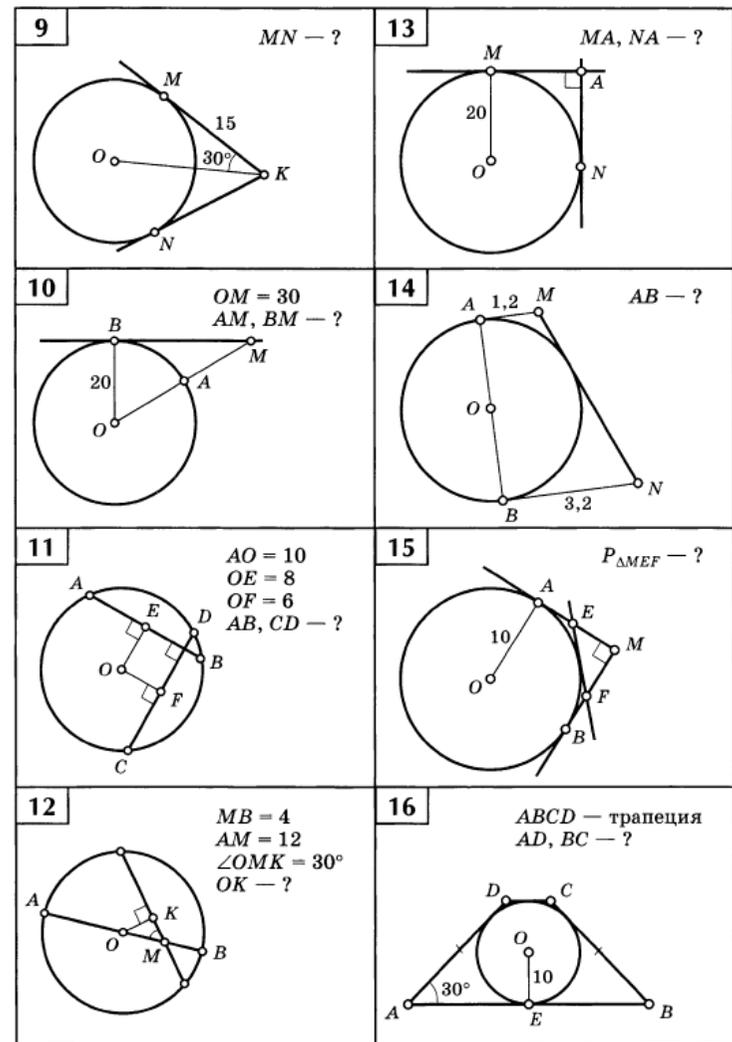
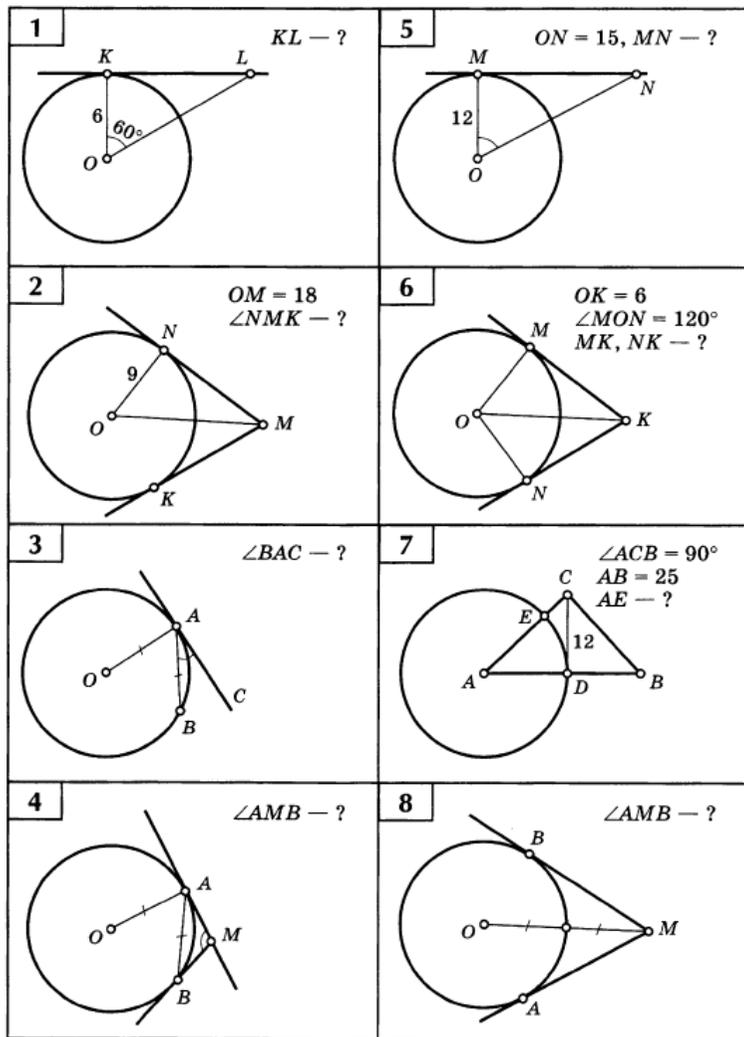


Рис. 5



Домашнее задание (1, 2, 3, 4, 5)

- Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60° , а расстояние от точки A до точки O равно 8.
- Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 18$, $CD = 24$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 12.
- Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P , $BP = 15$, $CP = 6$, $DP = 10$. Найдите AP .

