

Алгебра. Блок №27. Арифметическая прогрессия

Опр. **Числовой последовательностью** называется упорядоченный набор элементов (элементами являются числа), для которого известен закон получения элемента с любым номером.

Пример 1: 1; -4; 0; 0; -1; 0,2; 5; 1000, 2... - не является числовой последовательностью.

Пример 2: 2; 4; 6; 8;... - является числовой последовательностью.

Пример 3: -1; 0; 1; -1; 0; 1; -1... - является числовой последовательностью.

Последовательность может быть задана несколькими способами:

1) формулой n -ного члена:

$a_n = 3 + n$. Найдем несколько членов этой последовательности: $a_1 = 3 + 1 = 4$, $a_2 = 3 + 2 = 5$, $a_3 = 3 + 3 = 6$. При этом способе задания последовательности можно сразу вычислить член с любым номером, например: $a_{115} = 3 + 115 = 118$.

2) частью последовательности (как в примерах 2 и 3) по которой можно понять закономерность. Иногда это бывает не так просто:

-1; 6; -5; 20... - кажется, что закономерности нет, но формула $a_n = (-1)^n 2^n + n$ подходит. Для такой последовательности перечисление первых членов является неудачным способом задания.

3. Формулой выражающей следующий член через предыдущий:

$a_n = 3a_{n-1}$; $a_1 = 2$. Здесь должно быть задано значение первого члена. Для того чтобы найти значение какого-либо члена последовательности, необходимо найти все предыдущие.

Найдем несколько членов последовательности:

$$a_2 = 3 \cdot 2 = 6, a_3 = 3 \cdot 6 = 18, a_4 = 3 \cdot 18 = 54.$$

Опр. **Арифметической прогрессией** называется последовательность, в которой каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом. Это число называется **разностью арифметической прогрессии**. a_n - n -ый член, d - разность арифм. прогр.

$$\text{Формула } n\text{-ного члена арифм. прогр.: } a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$\text{Формула суммы } n\text{-первых членов арифм. прогр.: } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Пример. $a_1 = 2$, $d = 3$. Составить формулу n -ного члена арифм. прогр. Найти первые 5 членов, a_{18} , сумму 10 первых членов.

$$a_n = a_1 + d(n-1) = 2 + 3(n-1); a_n = 3n - 1$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 - 1 = 5 - \text{нашли по формуле}, a_3 = a_2 + 3 = 8 - \text{нашли по опр. арифм. прогр.}, a_4 = 11, a_5 = 14.$$

$$a_n = a_1 + d(n-1), a_{18} = 2 + 3(18-1) = 2 + 54 - 3 = 53.$$

Сумму первых 10 членов найдем по второй формуле т.к. неизвестен a_{10}

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{10} = \frac{2 \cdot 2 + 3(10-1)}{2} \cdot 10 = \frac{33}{2} \cdot 10 = 165.$$

$$\text{Спец формула: } a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}.$$

1. Написать первые 5 членов арифм. прогр., найти d :

а) $a_n = -3n - 1$; б) $a_n = 0,5n + 2$

2. Составить формулу n -ного члена и написать первые пять членов арифм. прогр.:

а) $a_1 = -5, d = 3$; б) $a_1 = 0, d = -7$ в) $a_1 = 0,1, d = -0,3$; а) $a_1 = 100, d = 50$.

3. Составить формулу n -ного члена и написать первые пять членов арифм. прогр.:

а) $a_8 = -35, d = 3$; б) $a_4 = 0, d = 7$ в) $a_{12} = 1, d = 3$; а) $a_3 = 100, d = 50$.

4. Составить формулу n -ного члена и найти a_5, a_{12}, a_{36} :

а) 1, 3, 5, 7...; б) 7, -2, -11..

5. Определить, является ли данная последовательность арифметической прогрессией:

а) -0,5 ; 0,5; 1; 1,5 ; 2...; б) 3; 6; 9; 11..

6. Составить формулу n -ного члена и найти S_5, S_{12}, S_{20} :

а) $a_3 = 10, a_7 = 18$; б) $a_4 = -5, a_9 = -7,5$

7. Составить формулу n -ного члена:

а) $a_3 = 10, d = -2$; б) $a_4 = -5, d = 1,5$

Домашнее задание

1. Написать первые 5 членов арифм. прогр., найти d :

а) $a_n = 6n + 4$; б) $a_n = -0,5n - 3$

2. Составить формулу n -ного члена и написать первые пять членов арифм. прогр.:

а) $a_1 = -2, d = 2$; б) $a_1 = 10, d = -3$ в) $a_1 = -0,1, d = 0,3$; а) $a_1 = 20, d = -5$.

3. Составить формулу n -ного члена и написать первые пять членов арифм. прогр.:

а) $a_3 = -15, d = 3$; б) $a_2 = 0, d = 4$ в) $a_{10} = 1, d = 1$; а) $a_6 = 10, d = 50$.

4. Составить формулу n -ного члена и найти a_{12}, a_{36} :

а) -1, -3, -5, -7...; б) -7, -2, 3..

5. Составить формулу n -ного члена и найти S_{20} :

а) $a_3 = 1, a_7 = -3$; б) $a_4 = -3, a_6 = 0$