

Алгебра. Блок №15. Системы уравнений

Системы уравнений решаются двумя способами:

1. Способ сложения

Прим.
$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \\ *(-2) \end{array} \right. \quad \text{домножаем обе части второго уравнения на } -2;$$

$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ -2x + 6y = 2 \end{cases} \quad \oplus \downarrow \quad ; \text{ складываем соответствующие части двух уравнений (первое без изменений)}$$
$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ 17y = 0 \end{cases} \quad ; \text{ теперь второе уравнение содержит одну неизвестную, находим её}$$
$$\begin{cases} 2x + 11 \cdot 0 = -2 \\ y = 0 \end{cases} \quad ; \text{ подставляем значение найденной неизвестной в первое уравнение}$$
$$\begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-1;0) \text{ либо: } \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases}, \text{ либо: } x = -1, y = 0.$$

2. Способ подстановки

Прим.
$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \quad ; \text{ из второго уравнения выражаем } x. \text{ Меняем уравнения местами.}$$

$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 2x + 11y = -2 \end{cases} \quad ; \text{ подставляем это выражение вместо } x \text{ во второе уравнение}$$
$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 2(3y - 1) + 11y = -2 \end{cases} \quad ; \text{ теперь второе уравнение содержит только одну неизвестную}$$
$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 6y - 2 + 11y = -2 \end{cases} \quad ; \text{ приводим подобные, решаем уравнение}$$
$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 17y = 0 \end{cases} \quad ; \begin{cases} x = 3y - 1 \\ y = 0 \end{cases} \quad ; \text{ подставляем значение } y \text{ в первое уравнение}$$
$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 3 \cdot 0 - 1 \end{cases} \quad ; \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-1;0) \text{ либо: } \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases}, \text{ либо: } x = -1, y = 0.$$

Если в ходе решения системы уравнение, содержащее одну неизвестную, является **квадратным** (или имеет другой нелинейный вид), то решать его надо отдельно. Далее, для **каждого** значения одной неизвестной надо найти соответствующее значение другой неизвестной.

Прим.
$$\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \quad ; x^2 = 4; x_{1,2} = \pm 2;$$

$$1) \begin{cases} x = -2 \\ y = x + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 2 \\ y = x + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ответ: (-2;-1), (2;3).

1) Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y-2x}{5} = 1\frac{1}{3} \\ \frac{y}{2} + \frac{5}{6} = \frac{x+y}{3} \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 3(x-y) - 2(x+y) = 2x-2y \\ \frac{x+y}{5} - \frac{x-y}{3} = 1 - \frac{y}{15} \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$$

2) Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} (x-1)(y+4) = 0 \\ y^2 + xy - 2 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} xy = 4 \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} xy = -8 \\ (x-4)(y-2) = -12 \end{cases}$$

3) Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ xy = -18 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x+y-xy = -14 \\ x+y+xy = 2 \end{cases}$$

4) Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 4 \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 9 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} \frac{6}{x-y} - \frac{8}{x+y} = -2 \\ \frac{9}{x-y} + \frac{10}{x+y} = 8 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \end{cases}; \quad 4) \begin{cases} xy - x^2 = -18 \\ xy + x^2 = 14 \end{cases}; \quad 5) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^4 - y^4 = 15 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^4 + y^4 = 82 \\ xy = 3 \end{cases}; \quad 7) \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x + y + xy = 5 \end{cases}; \quad 8) \begin{cases} x^2 + \frac{1}{2}x - 5y = 8 \\ y^2 + x + 2x^2 = 40 \end{cases}; \quad 9) \begin{cases} a + b + c = 2 \\ b + c + d = 0 \\ a + b + d = 1 \\ a + c + d = 3 \end{cases}$$

Домашнее задание:**1) Решить систему уравнений:**

$$a) \begin{cases} \frac{3x}{4} - \frac{y-3x}{2} = -6 \\ \frac{y-x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{y}{2} \end{cases}; \quad б) \begin{cases} 5(x+y) - 4(x-y) = 8y - 3x \\ \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{6} = 3 \end{cases}; \quad в) \begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \\ x^2 - y^2 = 21 \end{cases}$$

2) Решить систему уравнений:

$$a) \begin{cases} (x+2)(y-1) = 0 \\ x^2 - xy - 12 = 0 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} xy = 18 \\ x^2 - y^2 = 15 \end{cases}; \quad в) \begin{cases} xy = 24 \\ (x+1)(y-2) = 20 \end{cases}$$

3) Решить систему уравнений:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{2}{3} \\ x - y = 2 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} 2(x+y) - xy = 4 \\ 2xy + x + y = -18 \end{cases}$$

4) Решить систему уравнений:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 4 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 10 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x^4 - y^4 = 5 \end{cases}$$