

Алгебра. Блок №14. Системы уравнений

Системы уравнений решаются двумя способами:

1. Способ сложения

Прим.
$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \\ *(-2) \end{array} \right. \quad \text{домножаем обе части второго уравнения на } -2;$$

$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ -2x + 6y = 2 \end{cases} \quad \oplus \downarrow \quad ; \text{ складываем соответствующие части двух уравнений (первое без изменений)}$$
$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ 17y = 0 \end{cases} \quad ; \text{ теперь второе уравнение содержит одну неизвестную, находим её}$$
$$\begin{cases} 2x + 11 \cdot 0 = -2 \\ y = 0 \end{cases} \quad ; \text{ подставляем значение найденной неизвестной в первое уравнение}$$
$$\begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-1;0) \text{ либо: } \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases}, \text{ либо: } x = -1, y = 0.$$

2. Способ подстановки

Прим.
$$\begin{cases} 2x + 11y = -2 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \quad ; \text{ из второго уравнения выражаем } x. \text{ Меняем уравнения местами.}$$

$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 2x + 11y = -2 \end{cases} \quad ; \text{ подставляем это выражение вместо } x \text{ во второе уравнение}$$
$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 2(3y - 1) + 11y = -2 \end{cases} \quad ; \text{ теперь второе уравнение содержит только одну неизвестную}$$
$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 6y - 2 + 11y = -2 \end{cases} \quad ; \text{ приводим подобные, решаем уравнение}$$
$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 17y = 0 \end{cases} \quad ; \begin{cases} x = 3y - 1 \\ y = 0 \end{cases} \quad ; \text{ подставляем значение } y \text{ в первое уравнение}$$
$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 3 \cdot 0 - 1 \end{cases} \quad ; \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-1;0) \text{ либо: } \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases}, \text{ либо: } x = -1, y = 0.$$

Если в ходе решения системы уравнение, содержащее одну неизвестную, является **квадратным** (или имеет другой нелинейный вид), то решать его надо отдельно. Далее, для **каждого** значения одной неизвестной надо найти соответствующее значение другой неизвестной.

Прим.
$$\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \quad ; x^2 = 4; x_{1,2} = \pm 2;$$

$$1) \begin{cases} x = -2 \\ y = x + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 2 \\ y = x + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ответ: (-2;-1), (2;3).

1) Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$

2) Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x + 6y = 9 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$

3) Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 2xy = 5 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = -14 \end{cases}$

4) Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} x^2 + xy + 3 = 0 \\ y - 3x - 7 = 0 \end{cases}$

Дополнительные задания:

1) Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases}$

2) Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 3xy = 1 \\ 6x + y = 3 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - y^2 = 6 \end{cases}$

Домашнее задание

1) Решить систему уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases}$; б) $\begin{cases} 4x - 6y = 26 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$; в) $\begin{cases} 17x - 15y = -17 \\ 25x + 14y = -25 \end{cases}$

2) Решить систему уравнений:

а) $\begin{cases} 4y - x = 1 \\ 2xy = 1 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ y - x = 3 \end{cases}$; в) $\begin{cases} y^2 - 3x^2 = -2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$