Алгебра. Блок №9. Упрощение выражений

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^0 = 1$; $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $(3-x)^{-1} = \frac{1}{(3-x)}$. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ **9)** $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ **10)** $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$ $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \quad (a \geq 0)$ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad (n \geq 2)$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \quad (n \geq 2)$

1) $a^k = \left(a^{kn}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^{kn}}$ - внесение под корень

2) $a + b - c = d\left(\frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d}\right)$- вынесение общего множителя за скобки

3) $a - b = -(-a + b) = -(b - a)$ - вынесение минуса

Теорема о разложении квадратного трехчлена на множители.

Квадратный трехчлен можно представить в виде: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, *где* x_1, x_2 - корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

1. Доказать тождество:

$$\frac{b(a+b)^2}{a^4-b^4}+\frac{a}{a^2+b^2}=\frac{1}{a-b}$$

2. Упростить:

$$\frac{8\cdot 100^n}{2^{2n+1}\cdot 5^{2n-2}};\quad \frac{5^{n+1}-5^{n-1}}{2\cdot 5^n}.$$

3. Сократить дробь:

$$\frac{a-\sqrt{a}-2}{2-\sqrt{a}};$$

4. Доказать тождество:

$$\frac{\left(\sqrt{\sqrt{20}-4}+\sqrt{\sqrt{20}+4}\right)^2}{\sqrt{\left(4-\sqrt{20}\right)^2}}=3\sqrt{20}+14;$$

$$\frac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{y}}{y}+\frac{\sqrt{x}}{x}$$

Дополнительные задания:

Сократить дробь:

$$\frac{2x^2+5xy-3y^2}{2x^2-xy};\quad \frac{2\sqrt{x}+x-x\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}.$$

Домашнее задание

1. Упростить:

а) $\dfrac{4\cdot 36^n}{3^{2n-3}\cdot 2^{2n+2}}$; б) $\dfrac{10\cdot 2^n}{2^{n+1}+2^{n-1}}$.

2. Сократить дробь:

$$\frac{b-2\sqrt{b}-3}{3-\sqrt{b}}$$

3. Доказать тождество:

а) $\dfrac{\left(\sqrt{\sqrt{8}+2}+\sqrt{\sqrt{8}-2}\right)^2}{\sqrt{\left(2-\sqrt{8}\right)^2}}=2\sqrt{8}+6$; б) $\dfrac{b-a}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}-\dfrac{\sqrt{b}}{b}$

4. Сократить дробь:

а) $\dfrac{2y^2-3xy-9x^2}{y^2-3xy}$; б) $\dfrac{3\sqrt{x}-2x-x\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}}$.