

Алгебра. Блок №8. Упрощение выражений

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^0 = 1;$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $(3 - x)^{-1} = \frac{1}{(3 - x)}.$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$ $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}.$ $\sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}$ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \quad (a \geq 0)$ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad (n \geq 2)$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \quad (n \geq 2)$
--	--	--

1) $a^k = \left(a^{kn}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^{kn}}$ - внесение под корень

2) $a + b - c = d\left(\frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d}\right)$ - вынесение общего множителя за скобки

3) $a - b = -(-a + b) = -(b - a)$ - вынесение минуса

Теорема о разложении квадратного трехчлена на множители.

Квадратный трехчлен можно представить в виде: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1, x_2 - корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Упростить:

$$1) \frac{a-3}{4a^2+24a+36} : \left(\frac{a}{3a-9} - \frac{3}{a^2+3a} + \frac{a^2+9}{27-3a^2} \right); \quad 2) \left(\frac{a+b}{b-a} - \frac{b-a}{b+a} - \frac{4a^2}{a^2-b^2} \right) : \left(\frac{a^2}{b^3-ab^2} + \frac{a-b}{b^2} - \frac{2}{b} \right);$$
$$3) \frac{c+40}{c^3-16c} : \left(\frac{c-4}{3c^2+11c-4} - \frac{16}{16-c^2} \right);$$

Доказать тождество:

$$\frac{1}{(x-y)(y-z)} - \frac{1}{(y-z)(x-z)} + \frac{1}{(x-z)(y-x)} = 0; \quad \frac{a^6-b^6}{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)} - (a^2-b^2) = 0$$
$$\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^4-y^4} = \frac{1}{x+y}$$

Упростить:

$$(a^{-2}-b^{-2})(b^{-1}-a^{-1})^{-1}; \quad ab(a-b)^{-1}(a^{-2}-b^{-2}); \quad \frac{a-\sqrt{a}-2}{2-\sqrt{a}}.$$

Упростить:

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}; \quad \frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}; \quad \frac{\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} + \sqrt{(4-2\sqrt{3})^2}}{\sqrt{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{3}+1}}$$

Дополнительные задания:

Доказать: $\sqrt{17-12\sqrt{2}} = 3-2\sqrt{2}$

Домашнее задание

1. Упростить:

а) $\left(\frac{x}{4x+16} - \frac{x^2+16}{4x^2-64} - \frac{4}{x^2-4x} \right) \cdot \frac{3x^2-24x+48}{x+4};$

б) $\left(\frac{1}{b^3+b^2} - \frac{1-b}{b^2} - 1 \right) : \left(\frac{b+2}{2-b} - \frac{2-b}{2+b} - \frac{4b^2}{b^2-4} \right);$

в) $\frac{a-4}{a^3-a} : \left(\frac{a-1}{2a^2+3a+1} - \frac{1}{a^2-1} \right);$

2. Упростить:

а) $(y^{-2}-x^{-2})^{-1}(x^{-1}-y^{-1});$ б) $a^2b^2(a^2-b^2)^{-1}(a^{-1}-b^{-1});$ в) $\frac{b-2\sqrt{b}-3}{3-\sqrt{b}}.$

3. Упростить:

а) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}};$ б) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15}+3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}-3}};$ в) $\frac{\sqrt{(3\sqrt{2}-4)^2} + \sqrt{(3\sqrt{2}-5)^2}}{\sqrt{\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}-1}}.$