

Алгебра. Блок №6. Алгебраические преобразования

Формулы сокращённого умножения:

1) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ - разность квадратов

Прим1. $9 - m^2 = 3^2 - m^2 = (3 - m)(3 + m)$;

Прим2. $p^6 - 7 = (p^3)^2 - (\sqrt{7})^2 = (p^3 - \sqrt{7})(p^3 + \sqrt{7})$

2) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ - квадрат суммы

Прим1. $(2 + x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + x^2 = 4 + 4x + x^2$

Прим2. $(3\sqrt{x} + 7)^2 = (3\sqrt{x})^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3\sqrt{x} + 7^2 = 9x + 42\sqrt{x} + 49$

3) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ - квадрат разности

Прим. $(x - 0,5)^2 = x^2 - 2 \cdot 0,5x + 0,5^2 = x^2 - x + 0,25$

4) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ - куб суммы

5) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ - куб разности

6) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ - сумма кубов

7) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ - разность кубов

Прим1. $8 - x^3 = 2^3 - x^3 = (2 - x)(2^2 + 2x + x^2)$

Прим2. $p^6 - 7 = (p^2)^3 - (\sqrt[3]{7})^3 = (p^2 - \sqrt[3]{7})(p^4 + p^2 \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7^2})$

Специальные формулы:

1) $a^k = (a^{kn})^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^{kn}}$ - внесение под корень

Прим1. $2x^2 = (2^3 x^{3 \cdot 2})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^3 x^{3 \cdot 2}} = \sqrt[3]{8x^6}$

2) $a + b - c = d \left(\frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d} \right)$ - вынесение общего множителя за скобки

3) $a - b = -(-a + b) = -(b - a)$ - вынесение минуса

Прим1. $x - 1 = -(1 - x)$

Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые:

1) $(a+5)(a^2-5a+25)$;

2) $(2b-1)(1+2b+4b^2)$

3) $(a+b)(a^2+b^2)-(a^3+b^3)$;

4) $(10x-3y)(100x^2+30xy+9y^2)$

Разложить на множители:

1) a^3-125 ; 2) $(2c+1)^3-27$; 3) x^3+64 ; 4) $(2b-3)^3+1$; 5) $27x^3+0.008$;

6) $16x^2z^4-\frac{y^6}{25}$; 7) $16-y^2$; 8) $49+a^2$; 9) $-\frac{2}{9}+p^2$.

Разложить на множители:

1) $a^3-ab-a^2b+a^2$; 2) $ac^4-c^4-ac^2+c^2$; 3) $16x^2-24xy+9y^2-4x+3y$;

4) $2x+y+y^2-4x^2$; 5) $5a(2x-3)-3x(2x-3)+(3-2x)$;

6) $d^3-4d^2+20d-125$; 7) $a^2-9b^2+12bc-4c^2$.

Упростить выражение:

1) $\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^2-b^2}$; 2) $\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{b^2-a^2}$;

3) $\frac{1}{1-25a^2}+\frac{1}{25a^2-10a+1}$; 4) $\frac{c}{4c^2-9}-\frac{1}{4c+6}$.

Дополнительные задания:

Разложить на множители:

1) $ab^2-b^2y-ax+xy+b^2-x$; 2) $ax^2-2ax-bx^2+2bx-b+a$; 3) $x^2y^2-5xy^2+6y^2-x^2+5x-6$.

Домашнее задание

1) Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые: $(3d^3-4)(9d^6+12d^3+16)$

2) Разложить на множители:

1) $729-b^3$; 2) $(3k-2)^3-8$; 3) n^3+1 ; 4) $(b+1)^3+2$; 5) $\frac{1}{27}+a^9$;

6) $16xz^2-\frac{y^4}{4}$; 7) $4+y^2$; 8) $(n+1)^2-a^2$; 9) $-\frac{1}{16}+mp^2$.

Разложить на множители:

1) $1-4x^2-4xy-y^2$; 2) $a-3b+9b^2-a^2$; 3) $4c^2-20ac+25a^2+5a-2c$;

4) $x^3y-xy-x^3+x$; 5) $x^2y-x^2-xy+x^3$;

6) $x^2y^2-5x^2y+4x^2-y^2+5y-4$; 7) $by^2+4by-cy^2-4cy-4c+4b$.