

Алгебра. Блок №4. Действия со степенями

Опр. n -ной степенью числа a называется выражение вида $a^n = a \cdot a \dots a \cdot a$, где a - основание, n - показатель степени.

Прим. $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; *Прим.* $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$; *Прим.* $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$.

1. Свойства степеней ($a > 0, b > 0, x, y$ – действительные числа);

1) $a^0 = 1$; *Пр1.* $(-3)^0 = 1$; *Пр1.* $3^0 = 1$. *Пр2.* $(x-1)^0 = 1$

2) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ *Пр1.* $2^7 \cdot 2^3 = 2^{7+3}$ Будьте внимательны! В формуле одинаковые основания!

3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ *Пр1.* $(3^3)^2 = 3^6$

4) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ *Пр1.* $\frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2}$

5) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ *Пр1.* $(6a)^5 = 6^5 \cdot a^5$

6) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ *Пр1.* $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$

7) $a^{-1} = \frac{1}{a}$ *Пр1.* $2^{-1} = \frac{1}{2}$. *Пр2.* $(3-x)^{-1} = \frac{1}{(3-x)}$.

8) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ *Пр1.* $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$. *Пр2.* $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$.

9) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ *Пр1.* $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3}$.

10) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ *Пр1.* $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$.

Возвести в степень : $2^3, 3^5, 4^1, 4^0, 4^3, -2^5, (-2)^3, (-3)^4, 5^2, -6^0, (-6)^0, \left(\frac{2}{3}\right)^3, \frac{1}{5}, \left(\frac{3}{4}\right)^0, 0.2^3;$

$$5^{-3}, 3^{-2}, 7^{-1}, 4^{-4}, 0^3, 3^{-1}, \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}, \left(\frac{4}{5}\right)^{-4}, \left(3\frac{1}{2}\right)^{-2}, 0.03^{-3}, -0.2^{-5}.$$

Возвести в степень: $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5,$

$$10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}.$$

Возвести в степень. Представить в виде степени с основанием 10:

$$0.1^0, 0.1^1, 0.1^2, 0.1^3, 0.1^4, 0.1^5,$$

$$0.1^{-1}, 0.1^{-2}, 0.1^{-3}, 0.1^{-4}, 0.1^{-5}.$$

Вычислить: а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6} \cdot 2^7 : 2^5 \cdot (2^{-3})^{-2} \cdot 2^{-10},$ б) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^{-4} \cdot 2^5 : (2^3)^{-2} \cdot (2^{-10})^{\frac{1}{5}}}{2^4 \cdot 2^{-3} : 2^{-5} \cdot 2^0}.$

Вычислить: 1. $(8 - 6 \cdot \left(\frac{5}{18}\right)^0)^{-2};$ 2. $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{-6} - (0.125)^{-1} + \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^0;$

3. $\left(\left(\frac{1}{3^4}\right)^8 + \left(\frac{3}{2}\right)^0\right)^{-2};$ 4. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right)^{-1} \cdot 3.$

Вынести общий множитель за скобки: $135a^{12}x^8 + 90a^{10}x^{11} - 36a^6x^{16}; 72a^5x^4 - 54a^3x^5 + 36a^2x^6.$

Домашнее задание

1. Возвести в степень : $2^7, -3^6, 0^2, (-16)^0, 4^{-3}, -5^4, (-1)^6, \left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}, 25^2, 0.0125^0, (-16)^2, \left(\frac{3}{7}\right)^3,$

$$\frac{1}{5^{-3}}, \left(-\frac{3}{4}\right)^0, 0.03^2, 15^{-2}, 8^{-2}, 9^{-1}, 11^2, 2^9, -2^{-10}, \left(\frac{0.3}{2}\right)^{-1}, (0.5)^{-8}, (0.8)^{-1}, \left(1\frac{2}{3}\right)^4, 0.04^{-3}, (-0.2)^{-6}.$$

2. Возвести в степень: $100^0, 100^1, 100^2, 100^3, 100^4,$

$$100^{-1}, 100^{-2}, 100^{-3}, 100^{-4}.$$

3. Возвести в степень. Представить в виде степени с основанием 10:

$$0.01^0, 0.01^1, 0.01^2, 0.01^3, 0.01^4,$$

$$0.01^{-1}, 0.01^{-2}, 0.01^{-3}, 0.01^{-4}.$$

4. Вычислить: а) $\left(3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4^{-1}\right) : \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}\right);$ б) $2 \cdot (-3)^{-2} + \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{-3} + (-3)^0$

5. Вынести общий множитель за скобки: $-56c^7x^{10} + 42c^5x^{16} - 70c^4x^{20}; 132x^9y^7 + 165x^8y^5 - 99x^5y^4.$