Занятие №18. Производная сложной функции.

Опр. Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при дельта x стремящемся к нулю называется производной функции. Т.е. $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = f'(x)$

6. $\left(f(u(x))\right)' = f'_u \cdot u'_x$ - производная сложной функции.

Т.е. если $u = u(x)$, то таблицу производных можно переписать так:

1. $(u^{\alpha})' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$;

Прим.1: $y = (2x+1)^5$; $y' = 5(2x+1)^4 \cdot 2$;

Производная степени это: «степень, то что было в степени на единицу меньше, на производную того что в степень возводилось»

Прим2: $y = \cos^3 x$; $y' = 3\cos^2 x \cdot (-\sin x)$;

Пр3: $y = \sqrt{3x - \sin x}$; $y' = \frac{1}{2\sqrt{3x-\sin x}} \cdot (3 - \cos x)$.

Производная корня это единица ,деленная на два таких же корня, умноженная на производную подкоренного выражения.

2. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$; Производная синуса это синус того же аргумента, умножить на производную аргумента.

3. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$; Производная синуса это синус того же аргумента, умножить на производную аргумента.

4. $(tgu)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$; аналогичное правило

5. $(ctgu)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$; аналогичное правило

Прим: $y = \cos 5x^3$; $y' = -\sin 5x^3 \cdot 5 \cdot 3x^2$;

6. $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$; *Прим.1:* $(3 \cdot 2^{\sin x})' = 3 \cdot 2^{\sin x} \ln 2 \cdot \cos x$;

7. $(e^u)' = e^u \cdot u'$; *Прим.2:* $(-2e^{x^3})' = -2e^{x^3} \cdot 3x^2$;

Производная логарифма:

1. $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$; *Прим.1:* $(-\ln\sqrt{x} + 3)' = -\frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$;

2. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$;

1. Найти производную функции:

а) $f(x)=\sin 3x$; б) $f(x)=1-\frac{1}{2}\sin(x^2)$; в) $f(x)=-0{,}5ctg(2x+3)$; г) $f(x)=\cos^2 x$;

д) $f(x)=3\cos 2x$; е) $f(x)=-2\sin^3 x+1{,}5\cos x^4$; ё) $f(x)=-3tg^2 x$; ж) $f(x)=2ctg(-2x^3)$.

2. Найти производную функции:

а) $f(x)=e^{2x}$; б) $f(x)=2x+3e^{x^3}$; в) $f(x)=-\frac{1}{2}e^{\sin x}+5$; г) $f(x)=e^{\sqrt{x}}-3x^2$.

3. Найти производную функции:

а) $f(x)=\ln 2x+3$; б) $f(x)=-2\ln^5 x+6\sin x$; в) $f(x)=2^{4x}+\log_6(\cos 2x)$;
г) $f(x)=-\log_{0,7} e^{\cos x}-19x^2$.

4. Найти производную функции:

а) $f(x)=\sqrt{3x+7x^6}$; б) $f(x)=(2x+70)^{-3}$; в) $f(x)=-\frac{1}{(x-6)^2}$;

г) $f(x)=(2-5x)^2(6x^2-3)^3$.

5. Найти производную функции:

а) $f(x)=\sin 2x\cdot\ln(\frac{1}{3}x)$; б) $f(x)=\sin^5 x\cdot 3tg(2x+1)$; в) $f(x)=4e^{\sqrt[3]{x}}(5x+6x^2)$;

г) $f(x)=\frac{tg(5x)+\cos(6x^2)}{4e^x}$; д) $f(x)=\frac{\ln\ (5x^3)}{\sin x}$;

Домашнее задание:

1. Найти производную функции:

а) $f(x)=x^2\sqrt{1+x}$; б) $f(x)=x\sqrt{2-x}$; в) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x^3-5}}$; г) $f(x)=(x^5-3x^4)^2$.

2. Найти производную функции:

а) $f(x)=-2\cos 16x$; б) $f(x)=1+3\cos^2 x$; в) $f(x)=1{,}5\sqrt{\sin x}$; г) $f(x)=ctg(tgx)$.

3. Найти производную функции:

а) $f(x)=5-3e^{x^2}$; б) $f(x)=-x+\sqrt{e^x}$; в) $f(x)=5(e^x+5x)^3$; г) $f(x)=-e^{2x+3}$.

4. Найти производную функции:

а) $f(x)=-\frac{1}{3}\ln 2x$; б) $f(x)=\ln^2(3x+5)$; в) $f(x)=4\log_2(\sin x)$; г) $f(x)=7\cos(\log_9 x)$.

5. Найти производную функции:

а) $f(x)=(\log_2 3x)(\sin(x+\frac{\pi}{2}))$; б) $f(x)=e^{5x}\sqrt{\cos x}$;

в) $f(x)=\frac{3e^x}{(4x-2x^2)^3}$; г) $f(x)=\frac{3\sin 2x-\cos\frac{1}{2}x}{\ln\ (5x+2)+x^3}$.