

# Занятие №10. Показательные уравнения.

Повторить формулы Занятие 1, 2 (степени, корни)

## Показательная функция.

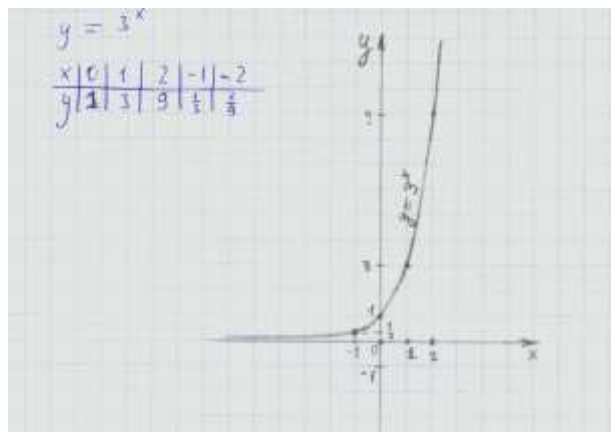
**Опр.** Функция, заданная формулой  $y = a^x$  (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ), называется показательной функцией с основанием  $a$ .

### Основные свойства показательной функции:

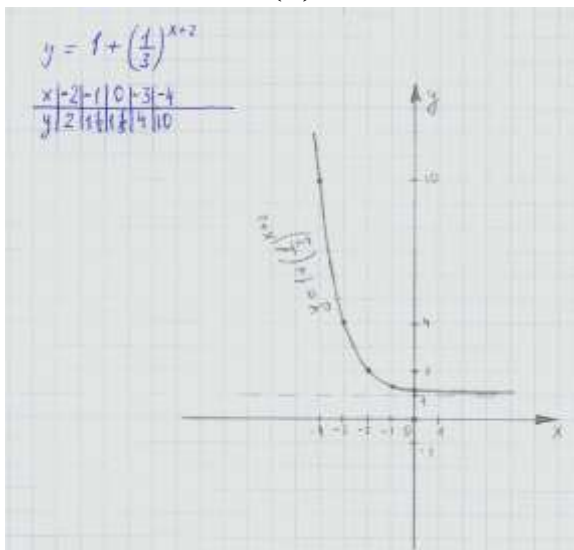
1. Область определения:  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ .
2. Область значения:  $E(y) = (0; +\infty)$
3. При  $a > 1$  функция возрастает на всей области определения.  
При  $a < 1$  функция убывает на всей области определения.

### Примеры построения графиков.

Пример1.:  $y = 3^x$ ;



Пример2.:  $y = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}$



**Опр.** уравнение  $a^x = b$  (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ), называется простейшим показательным. Если  $b \leq 0$ , то уравнение не имеет корней, если  $b > 0$ , то для его решения необходимо представить правую часть следующим образом:  $b = a^c$ , тогда мы получим:  $a^x = a^c$ , где  $c$  - решение.

Прим.1:  $2^x = 64$ ;  $2^x = 2^6$ ;  $x = 6$ .

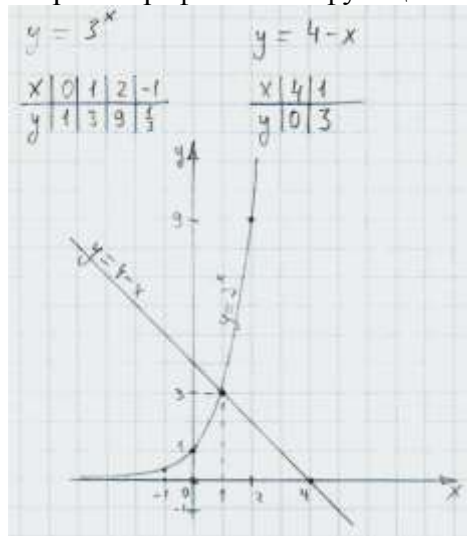
**В общем случае** любое показательное уравнение нужно привести к виду:  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$  (обратить внимание, что в уравнении слева и справа только одно слагаемое и нет ни каких коэффициентов), после чего перейти к уравнению относительно степеней:  $f(x) = g(x)$ .

Прим.2:  $2^{x^2-3} = 4^{x-5}$ ;  $2^{x^2-3} = 2^{2x-10}$ ;  $x^2 - 3 = 2x - 10$ .

### Пример графического решения уравнений:

Пример3.:  $3^x = 4 - x$ . Введём функции:  $y_1 = 3^x$  - возрастает при  $x \in (-\infty; +\infty)$  и  $y_2 = 4 - x$  - убывает при  $x \in (-\infty; +\infty)$ . Следовательно, может быть единственная точка пересечения, являющаяся решением.

Построим графики этих функций:



$x \approx 1$ ;

Проверим этот корень, подставив его в уравнение:

$$3^1 = 3,$$

$$4 - 1 = 3,$$

$$3 = 3 - \text{верно}$$

Ответ:  $x = 1$ .

**1. Построить графики функции.**

а)  $y = 2^x$ ; б)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ; в)  $y = -2^x$ ; г)  $y = 2^{-x}$ ; д)  $y = 2^x + 1$ ; е)  $y = -1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ; ё)  $y = 2^{x+1}$ ; ж)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ .

**2. Построить в одной системе координат:  $y = 2^x$  и  $y = 8^x$ .**

**3. Решить уравнения:** а)  $4^x = 64$ ; б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$ ; в)  $3^x = 81$ ; г)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{64}$ ; д)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$ ;

е)  $\sqrt{8^{x-3}} = \sqrt[3]{4^{2-x}}$ ; ё)  $3^{6-x} = 3^{3x-2}$ ; ж)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x^2+x-0,5} = \frac{\sqrt{7}}{7}$ .

**4. Решить уравнения:** а)  $7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539$ ; б)  $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 15$ ; в)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} - \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} = 4,8$ .

**5. Решить уравнение:** а)  $2^{x-2} = 3^{x-2}$ ; б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$ .

**6. Решить уравнение:** а)  $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$ ; б)  $3^x + 3^{3-x} = 12$ ; в)  $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$ .

**7. Решить уравнение:** а)  $27^{\sqrt{x-1}} = \sqrt{9^{x+1}}$ ; б)  $3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+1}} = 243$ ; в)  $\frac{1}{3^x + 2} = \frac{1}{3^{x+1}}$ ; г)  $5^{x+\sqrt{3x-5}} = 125$ .

**8. Решить графически уравнение:** а)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 3$ ; б)  $4^x = 5 - x$ .

**Дополнительные задания:**

**1. Построить графики функций:** а)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ ; б)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ ; в)  $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ ; г)  $y = 3 \cdot 2^x$ .

**2. Решить уравнение:** а)  $5^{3x-1} = 0,2$ ; б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$ ; в)  $6^{2x-8} = 216^x$ ; г)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = 1,5^{2x-3}$ ;

д)  $2^x \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}$ ; е)  $0,3^x \cdot 3^x = \sqrt[3]{0,81}$ .

**3. Решить уравнения:** а)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-x} - \left(\frac{1}{5}\right)^x = 4,96$ ; б)  $100^x - 11 \cdot 10^x + 10 = 0$ .

**4. Решить уравнения:** а)  $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 75$ ; б)  $5^{x-3} = 7^{3-x}$ .

**5. Решить систему уравнений:**

1) 
$$\begin{cases} 4^{x+y} = 16 \\ 4^{x+2y-1} = 1 \end{cases}$$

## Домашнее задание:

### 1. Построить графики функций:

а)  $y = 3^x$ ; б)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ; в)  $y = -3^x$ ; г)  $y = 3^{-x}$ ; д)  $y = 3^x + 1$ ; е)  $y = -1 - \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

### 2. Решить уравнения:

1.  $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$

2.  $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-3}$

3.  $\sqrt{3^x} = 9$

4.  $2^{x^2+2x-0,5} = 4\sqrt{2}$

5.  $4^{x+1} + 4^{x+1} = 320$

6.  $3 \cdot 5^{x+3} + 2 \cdot 5^{x+1} = 77$

### 3. Решить уравнение:

1.  $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$

2.  $49^x - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$

### 4. Решить уравнение:

1)  $5 \cdot 9^x + 9^{x-2} = 406$ ;

2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 162$

### 5. Решить уравнение:

1)  $5^{x+1} = 8^{x+1}$ ;

2)  $7^{x-2} = 4^{2-x}$

3)  $4^x - 0,25^{x-2} = 15$

### 6. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-y} = 25 \\ 7^{9x-y} = \sqrt{7} \end{cases}$$