

## Занятие №13. Логарифмические уравнения

**Опр.** Уравнение вида  $\log_a x = c$  называется логарифмическим. Если  $x \leq 0$ , то уравнение не имеет решений, если  $x > 0$ , то решить его можно двумя способами:

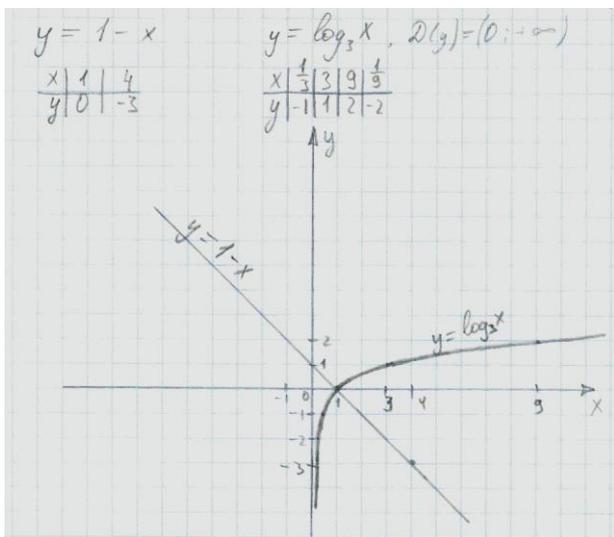
**1ый :** правую и левую часть уравнения надо представить в виде логарифмов с одинаковыми основаниями:  $\log_a x = \log_a d$ ,  $x=d$  - решение. **2ой:** исходя из определения логарифма получаем:  $a^c = x$ .

В общем случае логарифмическое уравнение нужно привести к виду:  $\log_a (f(x)) = \log_a (g(x))$ . Обратите внимание, что справа и слева находится одно слагаемое, коэффициент перед которым равен единице. Далее можно перейти к решению уравнения относительно подлогарифмических выражений:

$f(x) = g(x)$  и проверке условий: ОДЗ:  $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$

*Прим.1:*  $\log_2 x = 3$ , 1-ый способ:  $\log_2 x = \log_2 8$ ;  $x = 8$ . 2-ой способ:  $\log_2 x = 3$ ;  $\Rightarrow x = 2^3 = 8$ .

**Пример графического решения уравнения:**  $1 - x = \log_3 x$ ; вводим функции:  $y_1 = 1 - x$  (убывающая на всей области определения) и  $y_2 = \log_3 x$  (возрастающая на всей области определения), следовательно, если есть точка пересечения, то она единственная. Построим графики:



$x \approx 1$ ;

Подставим в уравнение:

$$1 - 1 = 0$$

$$\log_3 1 = 0$$

$0 = 0$  верно, следовательно  $x = 1$ .

**1. Решить уравнение:** а)  $\log_3 x = -1$ ; б)  $\log_{\frac{1}{6}} x = -3$  ; в)  $\log_5 x = 2$  ; г)  $\log_7 x = -2$  ; д)  $\log_4 x = -3$  ;

е)  $\log_{\sqrt{5}} x = 0$  ; ё)  $\log_x 81 = 4$  ; ж)  $\log_{\frac{1}{16}} x = 2$  ; з)  $9^x = 0,7$  ; й)  $0,3^x = 7$  ; и)  $0,2^{4-x} = 3$  ; к)  $5^{x^2} = 7$  .

**2. Решить уравнение:** а)  $\log_3(x+4) = \log_3(2x-1)$  ; б)  $\log_2(x-3) = 4$  ;

в)  $\log_5(x^2 - 2x + 4) = \log_5(2x^2 + 5x + 10)$  ; г)  $\log_5(2x+1) + \log_5(16x-7) = 3$  ; д)  $\log_{\frac{1}{2}}(2x-4) = -2$  ;

е)  $\log_2(3-x) = 0$  ; ё)  $\log_{0,3}(5+2x) = 1$  ; ж)  $\lg(x-9) + \lg(2x-1) = 2$  .

**3. Решить уравнение:** а)  $\frac{\log_3^2 x - \log_3 x - 2}{\log_3 x + 1} = 1$  ; б)  $\log_x \frac{x+3}{x-1} = 1$  ;

в)  $\lg(3x^2 + 12x + 19) - \lg(3x + 4) = 1$  ; г)  $\log_4^2 x + \log_4 \sqrt{x} - 1,5 = 0$  ; д)  $\lg^2 x - \lg x^2 + 1 = 0$  ;

е)  $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$  .

**4. Решить систему уравнений:**

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ \lg x + \lg y = 1 \end{cases};$$

**Дополнительные задания:**

**1. Решить уравнение:** а)  $\lg(x-1) + \lg(x-2,5) = 1$  ; б)  $\log_2(2x-1) + \log_2(x+5) = \log_2 13$  ;

в)  $\log_{25} x - \log_5 x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{8}$  ; г)  $\log_4(2 \cdot 4^{x-2} - 1) = 2x - 4$  .

**2. Решить систему уравнений:**

$$\begin{cases} x + y = 34 \\ \log_2 x + \log_2 y = 6 \end{cases};$$

**Домашнее задание:**

**1. Решить уравнение:** а)  $\log_{\frac{1}{7}} x = 1$  ; б)  $\log_{\frac{1}{2}} x = -3$  ; в)  $\log_x \frac{1}{4} = -2$  ; г)  $\log_x 27 = 3$  ; д)  $2^x = 10$  ;

е)  $10^x = \pi$  ; ё)  $3^{2-3x} = 8$  ; ж)  $7^{2x} = 4$  .

**2. Решить уравнение:** а)  $\log_3(5x+1) - \log_3(x+1) = 1$  ; б)  $\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = \log_4 3$  ;

в)  $\log_3(20-x) = \log_3(2(x+1)^2)$  ; г)  $\lg x = \lg 2 - \lg(2x-3)$  .

**3. Решить уравнение:** а)  $\log_{x^2-4}(2x^2 - 5x - 10) = 1$  ; б)  $\lg(x+2) = \lg(5x+1) - \lg(4-2x)$  .

**4. Решить уравнение:** а)  $\log_3(x+1) - \log_3(x+3) = 1$  ; б)  $\lg(x^2 + 2x - 73) - \lg(x-1) = 0$  ; в)

$\log_5(x^2 + 8) - \log_5(x+1) = 3\log_5 2$  ; г)  $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 = 0$  .