

## Занятие №11. Показательные неравенства.

**Опр.** уравнение  $a^x > b$  (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ), называется простейшим показательным неравенством. Для его решения необходимо представить правую часть следующим образом:  $b = a^c$ , тогда мы получим:  $a^x > a^c$ . Теперь можно перейти к неравенству относительно степеней, причем если  $a > 1$ , то знак неравенства не меняется, если  $0 < a < 1$ , то знак меняется на противоположный.

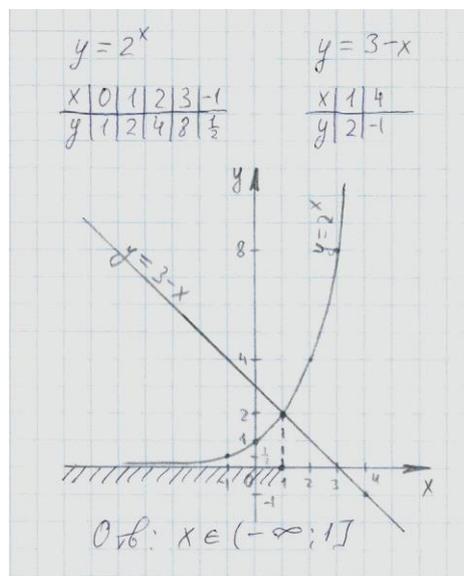
Прим.1:  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{64}$ ;  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^6$ ;  $x < 6$ ; Отв.:  $x \in (-\infty; 6)$ .

**В общем случае** любое показательное неравенство нужно привести к виду:  $a^{f(x)} > (<, \geq, \leq) a^{g(x)}$  (обратить внимание, что в уравнении слева и справа только одно слагаемое и нет ни каких коэффициентов), после чего перейти к неравенству относительно степеней:  $f(x) > (<, \geq, \leq) g(x)$ .

Прим.2:  $2^{x^2-3} \geq 4^{x-5}$ ;  $2^{x^2-3} \geq 2^{2x-10}$ ;  $x^2 - 3 \geq 2x - 10$  далее решать как квадратное.

**Пример графического решения неравенства:** Прим.3:  $2^x \leq 3 - x$

Вводим две функции:  $y_1 = 2^x$  и  $y_2 = 3 - x$ . Построим их на одной координатной плоскости:



**1. Решить графически неравенство:**

$$\text{а) } \left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 2x+1 ; \text{ б) } 3^x \leq 4-x$$

**2. Решить неравенство:**

$$\text{а) } 2^{x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} ; \text{ б) } (\sqrt{6})^x \leq \frac{1}{36} ; \text{ в) } 0,2^x \leq \frac{1}{25} ; \text{ г) } (1,5)^x < 2,25 ; \text{ д) } 4^{5-2x} \leq 0,25 ; \text{ е) } \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \geq 27 ;$$

$$\text{ё) } \left(\frac{1}{25}\right)^{2x} < (\sqrt{5})^{x^2+3,75} ; \text{ ж) } \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x}{2}} > \sqrt{3}.$$

**3. Решить неравенство:**

$$\text{а) } \left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64} ; \text{ б) } \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{16-x} ; \text{ в) } \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x-1} ; \text{ г) } \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2}.$$

**4. Решить неравенство:**

$$\text{а) } \left(\frac{2}{3}\right)^x + \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} > 2,5 ; \quad \text{б) } 2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} < 448 ;$$

**Дополнительные задания:**

$$\text{1. Решить неравенство: а) } 0,3^{7+4x} > 0,027 ; \text{ б) } 3^{4x+3} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x^2}{2}} \quad \text{в) } \left(\frac{4}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{4}{3}\right)^x > \frac{3}{16}$$

$$\text{2. Решить неравенство: а) } 2^{-x} < \sqrt{2} ; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{x}{3}} > 7 ; \text{ в) } 3^{2x} < \sqrt[3]{3} ; \text{ г) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} < 4 ; \text{ д) } 8^{x+2} < \frac{1}{8}.$$

**3. Решить неравенство:**

$$\text{а) } \left(\frac{3}{10}\right)^{2x^2-3x+6} > \frac{243}{100000} ; \quad \text{б) } \left(\frac{2}{5}\right)^{-25x^2+20x+10} < \frac{25}{4}.$$

**Домашнее задание:**

$$\text{1. Решить неравенство: а) } 0,4^{2x+1} > 0,16 ; \text{ б) } 3^{2-x} < 27 ; \text{ в) } 10^{\frac{2x}{7}} > 0,1 ; \text{ г) } \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x}{3}} < 25 ;$$

$$\text{д) } 2^{\frac{3x}{2}} > 8 ; \quad \text{е) } \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{2x}{15}} < \sqrt[5]{6} ; \text{ ё) } 2^{\frac{2x}{3}} < \frac{1}{2} ; \text{ ж) } 4^{\frac{3x}{5}} < \frac{1}{\sqrt[3]{4}} ; \text{ з) } 9^{\frac{2x}{7}} > \frac{1}{3} ; \text{ и) } \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{x}{3}} < 6.$$

$$\text{2. Решить неравенство: а) } \left(\frac{1}{4}\right)^{10x} > 64^{\frac{2}{3}-x^2} ; \text{ б) } 3^{x+2} + 3^{x-1} < 28.$$

**3. Решить графически неравенство:**

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 2x+5$$

**4. Решить неравенство:**

$$\text{а) } 0,8^{\frac{x(x-3)}{2}} > 0,64 ; \quad \text{б) } \left(\frac{2}{7}\right)^{3\left(x-\frac{1}{3}\right)} < \left(\frac{4}{49}\right)^{x^2} ;$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{64}\right)^{3,5x+3} > \left(\frac{1}{8}\right)^{-x^2} ; \quad \text{г) } \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x+16}.$$