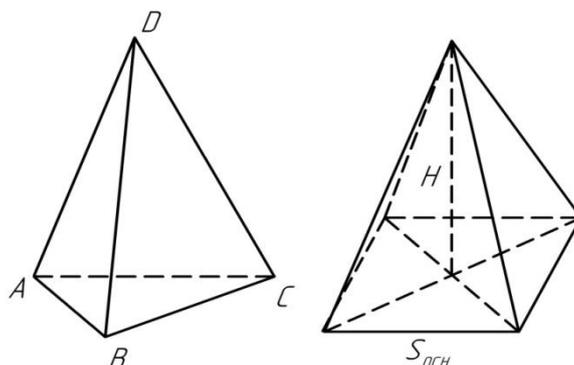


Занятие №13. Объем пирамиды

Пирамида — многогранник, основание которого — многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину.

Пирамида называется **правильной**, если её основанием является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

Апофема — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины. Все апофемы правильной пирамиды равны друг другу.



Объем пирамиды:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{осн} \cdot H$$

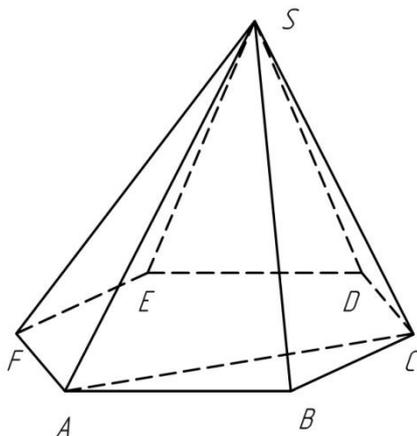
Поверхность, составленная из четырех треугольников ABC , DAB , DBC и DCA называется **тетраэдром** и обозначается так: $DABC$. (Геометрия, 10—11 классы (Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.))

1. Основанием пирамиды является квадрат со стороной 10. Высота пирамиды – 12. Найдите объем пирамиды.
2. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами равными 10 и 8. Высота пирамиды – 6. Найдите объем пирамиды.
3. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с катетом равным 4 и гипотенузой равной 5. Высота пирамиды – 6. Найдите объем пирамиды.
4. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 9. Найдите объем пирамиды $ABCA_1$.
5. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ее объем равен 16. Найдите высоту этой пирамиды.
6. Основанием пирамиды является прямоугольник со стороной 6. Ее объем равен 32, а высота 8. Найдите вторую сторону прямоугольника.
7. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 7 и 1, а ее высота равна 21. Найдите объем пирамиды.
8. Основанием пирамиды является квадрат. Высота пирамиды равна 5, а ее объем 30. Найдите сторону квадрата.
9. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$.
10. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 4, а высота равна $\sqrt{12}$.
11. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 6, боковое ребро равно 10. Найдите ее объем.
12. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 4, боковое ребро равно 5. Найдите ее объем.
13. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды – 6. Найдите объем пирамиды.

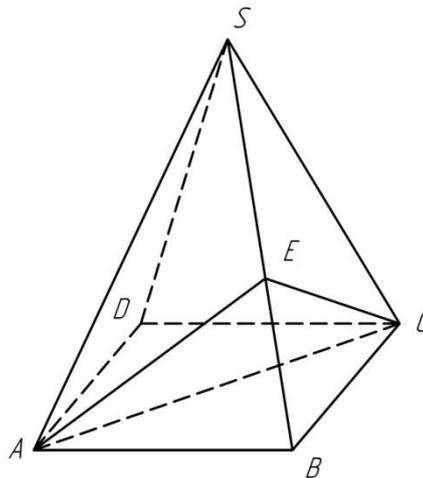
14. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.

15. Объем треугольной пирамиды $SABC$, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, равен 1. Найдите объем шестиугольной пирамиды.

16. Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 12. Точка E — середина ребра SB . Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.



Задача 15



Задача 16

17. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, в основании которой лежит квадрат, если сторону квадрата увеличить в три раза?

18. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, в основании которой лежит квадрат, если высоту пирамиды уменьшить в два раза?

19. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, в основании которой лежит квадрат, если высоту пирамиды уменьшить в два раза, а сторону квадрата увеличить в пять раз?

20. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник, если высоту пирамиды уменьшить в два раза, а ширину прямоугольника увеличить в три раза?

21. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если одно его ребра увеличить в два раза?

22. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если одно его ребро и высоту увеличить в два раза?

23. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?

Домашнее задание

1. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами равными 6 и 8. Высота пирамиды – 9. Найдите объем пирамиды.

2. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с катетом равным 12 и гипотенузой равной 13. Высота пирамиды – 18. Найдите объем пирамиды.

3. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 27. Найдите объем пирамиды $ABCA_1$.

4. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, в основании которой лежит квадрат, если высоту пирамиды уменьшить в три раза, а сторону квадрата увеличить в десять раз?

5. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник, если высоту пирамиды уменьшить в шесть раз, а ширину прямоугольника уменьшить в два раза?

6. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 4, а объем равен $2\sqrt{3}$.

7. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в два раза?

8. Объем треугольной пирамиды равен 18. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении $1 : 2$, считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объемов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.