

Задача 16 – Выполнение и анализ алгоритма для автомата

1. При анализе цепочек из бусин, есть два возможных подхода:

- проверка каждого условия сразу для всех вариантов с удалением «нарушителей»;
- проверка каждого варианта цепочек сразу по всем условиям.

При этом условия типа «в конце – одна из бусин A, C, E, которой нет на втором месте» удобно разбивать на два условия: «в конце – одна из бусин A, C, E» и «вторая и конечная бусина различны».

2. Анализ алгоритма работы автомата.

Порядок следования чисел:

- «невозрастание» - числа упорядочены по убыванию или равны;
- «неубывание» - числа упорядочены по возрастанию или равны.

Возможные диапазоны получаемых сумм определяются количеством входящих в них цифр. Так, сумма двух цифр может быть от 0 до 18 ($18 = 2 \cdot 9$), трех цифр – от 0 до 27 ($27 = 3 \cdot 9$) и т.д.

Отсутствие разделителей означает то, что при разбиении числа на суммы не может быть вариантов с ведущим 0, т.е. вида 2 и 05 для 205, или 11 и 09 для 1109

После проверки этих условий часть вариантов уже будет отброшена. Если суммы, из которых составляется итоговое число, не содержат общих элементов, проверки этих условий достаточно (например, сумма первой и второй цифр и сумма третьей и четвёртой цифр).

Если **есть цифра, которая входит в обе суммы** (например, сумма первых трёх цифр и сумма последних трёх цифр для пятизначного числа), то после проверки первых трех условий нужно убедиться, что разница между полученными суммами не превышает значения, равного произведению количества «независимых» цифр на максимально возможную величину.

Так, для указанного выше случая мы имеем по две цифре, которые входят только в одну сумму, поэтому разность между суммами не должна превышать $2 \cdot 9 = 18$. Например, вариант 233 не подходит именно по этой причине. Если суммы расположены по невозрастанию, то число можно разбить только на 23 и 3. Но даже если первая и вторая цифры исходного числа были равны 9, то на долю третьей цифры остается 5 ($23 - 9 - 9 = 5$), а это значит, что вторая сумма, куда третья цифра тоже входит, никак не может быть меньше 5.

Если **суммируют четные и нечетные цифры** исходного числа, то следует учитывать следующее:

- при определении допустимого диапазона для суммы четных цифр используется 8, а не 9. Т.е. сумма двух четных цифр не больше $2 \cdot 8 = 16$, трех – $3 \cdot 8 = 24$ и т.д.;
- сумма четных цифр всегда четна (и если при разбиении числа на суммы нет ни одного четного значения, этот вариант уже не подходит);
- сумма нечетных цифр может быть как нечетной, так и четной (если мы сложили 2, 4, 6, ... нечетных цифр). Поэтому в таких случаях стоит лишний раз проверить возможные диапазоны для сумм. Например, если число четырехзначное, то разбиение 20 и 4 нам не подходит: т.к. обе суммы четные, значит нечетных цифр было 2 (не 4, т.к. иначе не останется четных цифр). А значит и возможные максимальные значения для сумм становятся равны: $2 \cdot 8 = 16$ для четных цифр и $2 \cdot 9 = 18$ для нечетных.