

Задача 5 – Алгоритмы для исполнителя

1. Если среди команд есть **возведение в квадрат**, удобно найти квадрат натурального числа ближайший к заданному конечному значению и попробовать решить задачу в обратную сторону – от конечного значения к начальному.

Пример. У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

1. возведи в квадрат
2. прибавь 2

Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 1 числа 85, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Решение. Ближайший к 85 квадрат натурального числа – 81:

$$81 \xrightarrow{2} 83 \xrightarrow{2} 85$$

Осталось получить из числа 1 число 81. Так как нужно составить алгоритм из минимального числа команд, то удобнее как можно чаще делать «крупные шаги», т.е. применять команду 1. Учтем, что 1 возводить в квадрат бессмысленно, поэтому сначала прибавим к ней 2. Получаем:

$$1 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{1} 9 \xrightarrow{1} 81 \xrightarrow{2} 83 \xrightarrow{2} 85.$$

Ответ: 21122.

2. Если среди команд есть **умножение на число**, нужно учесть, что автомат работает с натуральными или целыми числами (см. условие задачи). Поэтому легче решать задачу в обратную сторону – от конечного числа к начальному, т.к. в этом случае часто очередной шаг определяется однозначно: если можно поделить текущее число нацело, то выбирается соответствующая команда.

Пример. У исполнителя Умножитель две команды, которым присвоены номера:

1. умножь на 2
2. прибавь 3

Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 4 числа 47 содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Решение. Решим в обратную сторону, стараясь делать «крупные шаги», если это возможно. 47 не делится на 2, поэтому последняя команда алгоритма – 2:

$$44 \xrightarrow{2} 47.$$

Полученное число (44) на 2 делится без остатка, воспользуемся этим:

$$22 \xrightarrow{1} 44 \xrightarrow{2} 47.$$

Рассуждая аналогичным образом, получаем:

$$4 \xrightarrow{1} 8 \xrightarrow{2} 11 \xrightarrow{1} 22 \xrightarrow{1} 44 \xrightarrow{2} 47.$$

Ответ: 12112.

3. Если среди команд есть **деление на число**, то задача решается аналогично случаю 2, но прямым ходом.

4. В общем случае для поиска алгоритма можно построить дерево возможных решений, корнем которого является исходное число, а потомки – результаты выполнения команды 1 или 2.