Задание 16 - Позиционные системы счисления

Перевод числа из десятичной системы в систему счисления с основанием N - аналогично переводу числа в двоичную систему, но теперь производится последовательное деление с остатком на N .

Обратная процедура:
чтобы перевести число, скажем, 12345_N, из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

```
 4  3  2  1  0  ← разряды
 1  2  3  4  5N =  1·N4  +  2·N3  +  3·N2  +  4·N1  +  5·N0
```

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5_N = 1\cdot N^4 + 2\cdot N^3 + 3\cdot N^2 + 4\cdot N^1 + 5\cdot N^0$$

Таким образом,

- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2 , и т.д.

Количество единиц и значащих нулей

В десятичной системе счисления:

- число 10^N записывается как единица и N нулей: $10^N = 1\underbrace{0\ldots0}_N$
- число 10^N-1 записывается как N девяток: $10^N - 1 = \underbrace{9\ldots9}_N$
- число 10^N-10^M = $10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как N-M девяток, за которыми стоят M нулей: $10^N - 10^M = \underbrace{9\ldots9}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_M$

В двоичной системе счисления:

- число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей: $2^N = 1\underbrace{0\ldots0_2}_N$
- число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1_2}_N$
- число 2^N–2^K при $K < N$ в двоичной системе записывается как N–K единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0_2}_K$
- поскольку $2^N + 2^N = 2\cdot 2^N = 2^{N+1}$, получаем $2^N = 2^{N+1} - 2^N$, откуда следует, что $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$

В троичной системе счисления:

- число 3^N записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^N = 1\underbrace{0\ldots0_3}_N$
- число 3^N-1 записывается в троичной системе как N двоек: $3^N - 1 = \underbrace{2\ldots2_3}_N$
- число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в троичной системе как N-M двоек, за которыми стоят M нулей: $3^N - 3^M = \underbrace{2\ldots2}_{N-M}\underbrace{0\ldots0_3}_M$

В системе счисления <u>с основанием a</u>:

- число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей: $a^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_a$
- число a^N-1 в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр (a-1): $a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\ldots(a-1)}_{N}{}_a$
- число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как N-M старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей: $a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\ldots(a-1)}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}{}_a$