

Задание 1 – Двоичное кодирование

В двоичной системе счисления алфавит содержит только две цифры: **0** и **1**.

Количество цифр в алфавите – основание системы счисления.

Развернутая форма записи двоичного числа позволяет перейти к десятичной системе счисления:

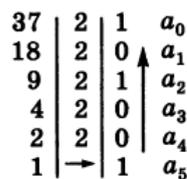
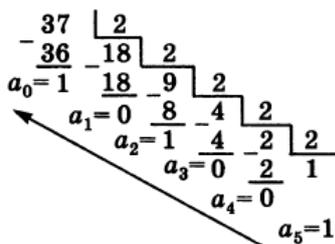
$$543_{10} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 4 + 1 = 53_{10}$$

Иногда в развернутой форме числа основание системы счисления и степень также представляют с использованием алфавита:

$$110101_2 = 1 \cdot 10^{101} + 1 \cdot 10^{100} + 0 \cdot 10^{11} + 1 \cdot 10^{10} + 0 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

Для перевода числа из десятичной системы счисления в двоичную можно использовать:

1. Разложение числа в сумму степеней двойки (см. развернутую форму записи числа). Удобно для чисел, «близких» к некоторой степени двойки, но нужно хорошо помнить таблицу степеней.
2. Последовательное деление данного числа и получаемых неполных частных на 2, пока не получим единицу. Полученные остатки записать в обратном порядке. Этот способ можно оформить по-разному:



$$37_{10} = 100101_2$$

363	181	90	45	22	11	5	2	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1

$$363_{10} = 101101011_2$$

Арифметика двоичных чисел:

$$\begin{array}{ll}
 0 + 0 = 0 & 0 \times 0 = 0 \\
 0 + 1 = 1 & 0 \times 1 = 0 \\
 1 + 0 = 1 & 1 \times 0 = 0 \\
 1 + 1 = 10 & 1 \times 1 = 1
 \end{array}$$

Двоичное представление чисел **0-7** в виде **триад** (групп из 3-х битов):

X_{10}, X_8	X_2
0	000
1	001
2	010
3	011

X_{10}, X_8	X_2
4	100
5	101
6	110
7	111

Двоичное представление чисел **0-15** (в шестнадцатеричной системе – 0-F₁₆) в виде **тетрад** (групп из 4-х битов):

X ₁₀	X ₂
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111

X ₁₀	X ₁₆	X ₂
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

В двоичной системе:

- четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
- числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2^k , оканчиваются на k нулей
- если число N принадлежит интервалу $2^{k-1} \leq N < 2^k$, в его двоичной записи будет всего k цифр, например, для числа **125**:

$$2^6 = 64 \leq 125 < 128 = 2^7, \quad 125 = 1111101_2 \text{ (7 цифр)}$$

- числа вида 2^k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например:
 $16 = 2^4 = 10000_2$
- числа вида $2^k - 1$ записываются в двоичной системе k единиц, например:
 $15 = 2^4 - 1 = 1111_2$
- если известна двоичная запись числа N, то двоичную запись числа $2 \cdot N$ можно легко получить, приписав в конец ноль, например:
 $15 = 1111_2, \quad 30 = 11110_2, \quad 60 = 111100_2, \quad 120 = 1111000_2$

Перевод отрицательного числа (-a) в двоичный дополнительный код.

I способ:

1. Переводим **a** в двоичную систему счисления (если речь идет о представлении числа в компьютере, дополняем слева нулями до нужного количества разрядов).
2. Делаем инверсию битов.
3. Добавляем к результату 1.

II способ:

1. Переводим **a-1** в двоичную систему счисления (если речь идет о представлении числа в компьютере, дополняем слева нулями до нужного количества разрядов).
2. Делаем инверсию битов.

III способ:

1. Переводим **a** в двоичную систему счисления (если речь идет о представлении числа в компьютере, дополняем слева нулями до нужного количества разрядов).
2. Делаем инверсию всех битов, которые стоят **слева от младшей единицы**.