

Задача 9 – Количество путей в графе

Граф - наглядное средство представления состава и структуры системы. Граф задается множеством **вершин** и множеством **линий** (связей), соединяющих пары вершин.

Направленная линия называется **дугой**, ненаправленная – **ребром**. Линия, выходящая из некоторой вершины и входящая в нее же, называется **петлей**. Если две вершины соединены дугой/ребром, то они называются **смежными вершинами**.

Путь по вершинам и ребрам графа, который любое ребро графа содержится не более одного раза, называется **цепью**. Цепь, у которой начальная и конечная вершины совпадают, называется **циклом**.

Число путей конечно, если в графе нет циклов.

Если в вершину R можно попасть только из вершин X, Y и Z, то число различных путей из вершины A в вершину R равно сумме числа различных путей из A в X, из A в Y и из A в Z, то есть

$$N_R = N_X + N_Y + N_Z,$$

где N_Q – число путей из вершины A в некоторую вершину Q.

Основные способы подсчета количества путей:

1. Считать количество путей с конца маршрута, используя приведенную формулу. Постепенно, с помощью подстановки, переходить к известным значениям N_Q .
2. Записать вершины с конца маршрута и указать для каждой из них непосредственных предшественников. Провести топологическую сортировку (первыми окажутся вершины с известными N_Q). Вычислить количество путей по формуле, проходя по полученному списку сверху вниз.
3. Записать вершины по алфавиту и указать для каждой из них непосредственных предшественников. Сначала определить число путей до вершин, в которые можно попасть только из исходной точки. Пометить эти вершины. Затем на каждом шаге вычислять количество путей до тех вершин, в которые можно доехать из уже помеченных (и из исходной точки), и помечать новые вершины.
4. Перебрать все возможные пути, а потом подсчитать их количество.
5. Для каждой вершины на схеме, начиная с исходной точки, указать количество путей, ведущих в нее (помним формулу, из чего это число складывается).