

Задача 3 – Логические выражения

Высказывание – повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно. Бывают общими, частными и единичными.

Истинность высказываний выражается через логические величины, которые могут принимать лишь два значения: **И** (истина, **1**) и **Л** (ложь, **0**).

Формула логики высказываний содержит логические константы, логические переменные и логические операции:

- отрицание (\neg, \bar{a}) - **НЕ**
- конъюнкция ($\wedge, \&, \cdot$) - **И**
- дизъюнкция ($\vee, +$) - **ИЛИ**
- импликация (\rightarrow, \Rightarrow) – если - то
- эквивалентность ($\leftrightarrow, \Leftrightarrow, \equiv$) – тогда и только тогда, когда
- взаимоисключающее «или» (\oplus, Δ) – либо-либо

Все они могут быть заданы своими *таблицами истинности*:

A	B	$\neg A$	$A \& B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$	$A \oplus B$
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0

Основные операции – отрицание (инверсия), конъюнкция (логическое умножение) и дизъюнкция (логическое сложение). Остальные могут быть выражены через них.

Преобразование логических выражений выполняется по следующим законам и правилам:

1. $\overline{\overline{A}} \equiv A.$
2. $\overline{A \& B} \equiv \overline{A} \vee \overline{B}.$
3. $\overline{A \vee B} \equiv \overline{A} \& \overline{B}.$
4. $\overline{A \rightarrow B} \equiv A \& \overline{B}.$
5. $\overline{A \rightarrow B} \equiv \overline{A} \vee B.$
6. $A \leftrightarrow B \equiv (A \& B) \vee (\overline{A} \& \overline{B}) \equiv (\overline{A} \vee B) \& (A \vee \overline{B}).$
7. $A \& (A \vee B) \equiv A.$
8. $\overline{A} \vee A \& B \equiv \overline{A}.$
9. $\overline{A} \& (A \vee B) \equiv \overline{A} \& B.$

10. $A \vee \overline{A} \& B \equiv A \vee B.$
11. **Законы коммутативности:**
 $A \& B \equiv B \& A;$
 $A \vee B \equiv B \vee A.$
12. **Законы ассоциативности:**
 $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C);$
 $(A \& B) \& C \equiv A \& (B \& C).$
13. **Законы идемпотентности:**
 $A \vee A \equiv A;$
 $A \& A \equiv A.$
14. **Законы дистрибутивности:**
 $A \& (B \vee C) \equiv (A \& B) \vee (A \& C);$
 $A \vee (B \& C) \equiv (A \vee B) \& (A \vee C).$
15. $A \vee 1 \equiv 1, A \& 1 \equiv A, \overline{A} \vee A \equiv 1.$
16. $A \& 0 \equiv 0, A \& \overline{A} \equiv 0.$

Задача 1. Выбрать из приведенных вариантов те, при которых указанное логическое выражение истинно.

1 способ. Упростить выражение и подставлять в него все варианты, отбирая нужные.

2 способ. Составить таблицу истинности и проанализировать ее.

3 способ. Если выражение содержит числовые значения, удобно использовать графическое представление (как при работе с неравенствами).

Задача 2. Указать диапазон возможных значений, при которых указанное логическое выражение истинно. Использовать **2** способ из задачи 1.