Задача 10 – Двоичное кодирование

В двоичной системе счисления алфавит содержит только две цифры: **0** и **1**.

Количество цифр в алфавите – основание системы счисления.

Развернутая форма записи двоичного числа позволяет перейти к десятичной системе счисления:

5 4 3 2 1 0 $\qquad\qquad$ $2^0 = 1$

$$110101_2 = 1\cdot2^5 + 1\cdot2^4 + 0\cdot2^3 + 1\cdot2^2 + 0\cdot2^1 + 1\cdot2^0 = 32 + 16 + 4 + 1 = 53_{10}$$

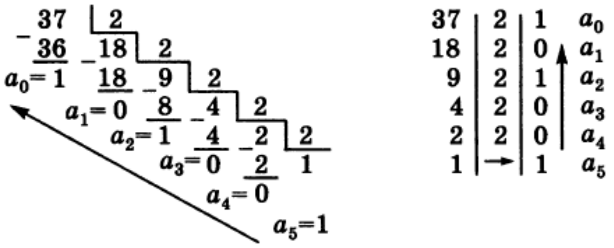
Иногда в развернутой форме числа основание системы счисления и степень также представляют с использованием алфавита:

$$110101_2 = 1\cdot10^{101} + 1\cdot10^{100} + 0\cdot10^{11} + 1\cdot10^{10} + 0\cdot10^{1} + 1\cdot10^{0}$$

Для перевода числа из десятичной системы счисления в двоичную можно использовать:

1. Разложение числа в сумму степеней двойки (см. развернутую форму записи числа). Удобно для чисел, «близких» к некоторой степени двойки, но нужно хорошо помнить таблицу степеней.

2. Последовательное деление данного числа и получаемых неполных частных на 2, пока не получим единицу. Полученные остатки записать в обратном порядке. Этот способ можно оформить по-разному:



$37_{10} = 100101_2$.

363	181	90	45	22	11	5	2	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1

$363_{10} = 101101011_2$

Арифметика двоичных чисел:

$$\begin{array}{ll} 0+0=\ \ 0 & \qquad 0\times0=0 \\ 0+1=\ \ 1 & \qquad 0\times1=0 \\ 1+0=\ \ 1 & \qquad 1\times0=0 \\ 1+1=10 & \qquad 1\times1=1 \end{array}$$

Двоичное представление чисел **0-7** в виде ***триад*** (групп из 3-х битов):

X_{10}, X_8	X_2
0	000
1	001
2	010
3	011

X_{10}, X_8	X_2
4	100
5	101
6	110
7	111

Двоичное представление чисел **0-15** (в шестнадцатеричной системе – 0-F_{16}) в виде ***тетрад*** (групп из 4-х битов):

X_{10}	X_2
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111

X_{10}	X_{16}	X_2
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

В двоичной системе:

- четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
- числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2^k, оканчиваются на k нулей
- если число N принадлежит интервалу $2^{k-1} \le N < 2^k$, в его двоичной записи будет всего k цифр, например, для числа **125**:

  $2^6 = 64 \le \mathbf{125} < 128 = 2^7$, $125 = 1111101_2$ (7 цифр)
- числа вида 2^k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например:

  $16 = 2^4 = 10000_2$
- числа вида 2^k-1 записываются в двоичной системе k единиц, например:

  $15 = 2^4-1 = 1111_2$
- если известна двоичная запись числа N, то двоичную запись числа 2·N можно легко получить, приписав в конец ноль, например:

  $15 = 1111_2$, $30 = 11110_2$, $60 = 111100_2$, $120 = 1111000_2$

Перевод отрицательного числа **(-а)** в двоичный дополнительный код.

I способ:

1. Переводим **а** в двоичную систему счисления (если речь идет о представлении числа в компьютере, дополняем слева нулями до нужного количества разрядов).
2. Делаем инверсию битов.
3. Добавляем к результату 1.

II способ:

1. Переводим **а–1** в двоичную систему счисления (если речь идет о представлении числа в компьютере, дополняем слева нулями до нужного количества разрядов).
2. Делаем инверсию битов.

III способ:

1. Переводим **а** в двоичную систему счисления (если речь идет о представлении числа в компьютере, дополняем слева нулями до нужного количества разрядов).
2. Делаем инверсию всех битов, которые стоят **слева от младшей единицы**.