

# Подготовка к ОГЭ по математике 2018. Вторая часть. Задание 26.

**Геометрия.** Использованы задачи сборника авторов:

**И. В. Яценко, С. А. Шестаков**

1. Найдите углы треугольника  $ABC$ , если из следующих четырёх утверждений о нём три истинны, а одно ложно:
  - 1) треугольник  $ABC$  равнобедренный;
  - 2) треугольник  $ABC$  прямоугольный;
  - 3) сумма двух любых углов треугольника  $ABC$  меньше  $132^\circ$ ;
  - 4) один из углов треугольника  $ABC$  равен  $80^\circ$ .
2. Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади треугольника  $AKM$ .
3. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC = 11$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 3.
4. Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 10 и 26, а основание  $BC$  равно 1. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
5. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB = 40$ ,  $AC = 64$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
6. Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 12 и 21 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .
7. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояние от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 13, 7 и 5. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
8. В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 18 и 6, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB = 10$ .
9. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 12$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $115^\circ$  и  $95^\circ$ .
10. Из вершины прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$  проведена высота  $CP$ . Радиус окружности, вписанной в треугольник  $ACP$ , равен 4, тангенс угла  $BAC$  равен  $0,75$ . Найдите радиус вписанной окружности треугольника  $ABC$ .

## Домашнее задание.

1. Найдите углы треугольника  $ABC$ , если из следующих четырёх утверждений о нём три истинны, а одно ложно:
  - 1) треугольник  $ABC$  равнобедренный;
  - 2) треугольник  $ABC$  прямоугольный;
  - 3) сумма двух любых углов треугольника  $ABC$  меньше  $126^\circ$ ;
  - 4) один из углов треугольника  $ABC$  равен  $70^\circ$ .
2. Точка  $K$  — середина медианы  $BM$  треугольника  $ABC$ . Найдите отношение площади треугольника  $AKK$  к площади треугольника  $ABC$ .
3. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC = 12$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 9.
4. Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 24 и 25, а основание  $BC$  равно 9. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
5. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB = 30$ ,  $AC = 100$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
6. Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 8 и 30 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .
7. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояние от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 13, 6 и 5. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
8. В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 33 и 11, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB = 20$ .
9. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 9$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $116^\circ$  и  $94^\circ$ .
10. Из вершины прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$  проведена высота  $CP$ . Радиус окружности, вписанной в треугольник  $ACP$ , равен 12, тангенс угла  $BAC$  равен  $2,4$ . Найдите радиус вписанной окружности треугольника  $ABC$ .