

Подготовка к ОГЭ по математике 2018. Вторая часть. Задание 25.

Геометрия. И использованы задачи сборника авторов: И. В. Яценко, С. А. Шестаков

1. Расстояния от вершин B и C треугольника ABC до прямой, содержащей биссектрису острого угла A , равны. Докажите, что $AB = AC$.
2. В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы A_1C_1B и ACB равны.
3. Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD . Точка L — середина стороны AB . Докажите, что DL — биссектриса угла ADC .
4. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.
5. Докажите, что если $ABCD$ — трапеция с основаниями AD и BC , то площади треугольников ABC и DBC равны.
6. Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна сумме площадей треугольников BCK и ADK .
7. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что углы ABC и CDK равны.
8. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.
9. Диагональ BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ является биссектрисой каждого из углов ABC и ADC . Докажите, что в этот четырёхугольник можно вписать окружность.
10. Сторона квадрата равна целому числу сантиметров. Докажите, что площадь квадрата равна 100 кв. см, если из двух следующих утверждений истинно ровно одно:
 - 1) периметр квадрата меньше 38 см;
 - 2) периметр квадрата меньше 44 см.

Домашнее задание.

1. Расстояния от вершин A и B треугольника ABC до прямой, содержащей биссектрису острого угла C , равны. Докажите, что $AC = BC$.
2. В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы C_1A_1B и CAB равны.
3. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка M — середина стороны AD . Докажите, что CM — биссектриса угла BCE .
4. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.
5. Докажите, что если $ABCD$ — трапеция с основаниями AD и BC , то площади треугольников ABD и ACD равны.
6. Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что сумма площадей треугольников BCK и ADK равна половине площади трапеции.
7. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что углы BAD и KCD равны.
8. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.
9. Диагональ AC выпуклого четырёхугольника $ABCD$ является биссектрисой каждого из углов BAD и BCD . Докажите, что одна из точек этой диагонали равноудалена от всех сторон четырёхугольника.
10. Сторона квадрата равна целому числу сантиметров. Докажите, что площадь квадрата равна 100 кв. см, если из двух следующих утверждений истинно ровно одно:
 - 1) периметр квадрата больше 37 см;
 - 2) периметр квадрата больше 43 см.