

Занятие №17. Решение неравенств.

Все неравенства кроме линейных решаются методом интервалов. Однако некоторые виды неравенств можно решать графическими методами.

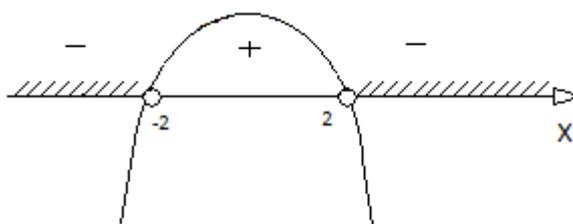
Рассмотрим решение неравенств второй степени. Общий вид таких неравенств: $ax^2 + bx + c > (<, \leq, \geq) 0$

Решение графическим методом: Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$, графиком данной функции является парабола, направление ветвей которой зависит от знака коэф. при x^2 (если $a > 0$ вверх, если $a < 0$ вниз). Найдем точки пересечения графика функции с Ox , т.е. найдем корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Схематично построим график учитывая направления ветвей и выберем интервалы соответствующие знаку неравенства.



- $x^2 < -4$
 - $x^2 + 4 < 0$

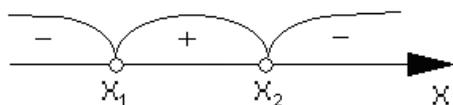
Пример. $f(x) = -x^2 + 4$ ветви вниз
 $x^2 - 4 = 0$
 $x_{1,2} = \pm 2$



Отв.: $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

Решение методом интервалов:

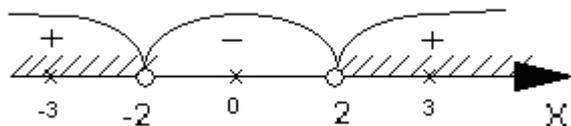
1. неравенство приводится к виду: $ax^2 + bx + c > (<, \leq, \geq) 0$
2. находятся корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$
3. на числовой оси обозначаются корни (в зависимости от знака неравенства закрашенные или нет), которые разбивают всю числовую ось на интервалы:
4. определяется знак выражения на каждом интервале. Для этого из каждого интервала выбирается число и подставляется в выражение.



5. выбираются интервалы, знак которых совпадает с требуемым.

Пример. $-x^2 < -4$; $-x^2 + 4 < 0$; $x^2 - 4 > 0$; $x^2 - 4 = 0$; $x_{1,2} = \pm 2$

На каждом интервале выбираем число и подставляем в последнее неравенство, стоящее перед уравнением, и определяем знаки на интервалах. Заштриховываем интервалы с нужным знаком:



Отв.: $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

Решить неравенства:

- 1) $x^2 - 1 \leq 0$ 5) $-x^2 - 16 \geq 0$
 2) $x^2 > 16x$ 6) $-2x^2 \leq \sqrt{3}x$
 3) $x^2 + x - 6 \geq 0$ 7) $x^2 - 5x + 7 \leq 0$
 4) $x^2 + x + 1 \geq 0$ 8) $-x^2 + 2x - 1 \geq 0$

Решить неравенства:

- 1) $x^2 + 3x + 2 < 0$
 2) $x^2 + 7x + 12 < 0$
 3) $2x^2 - 9x + 4 > 0$
 4) $3x^2 - 4x + 1 \geq 0$
 5) $2x^2 \geq 8$
 6) $\frac{1}{3}x^2 \leq 3$
 7) $-x^2 - x + 12 > 0$
 8) $x^2 - 0.16 > 0$

Решить неравенство:

- 1) $(5 - 3x)(x - 1) < -1$; 2) $\frac{3x^2}{4} \leq \frac{4 - 5x}{2}$; 3) $\frac{x^2}{2} \geq \frac{2x + 2}{3}$;

При каких значениях x имеет смысл выражение:

- 1) $\sqrt{x - \frac{3}{4}x^2}$; 2) $\sqrt{3 - 2x - x^2}$;

Домашнее задание:

Решить неравенства:

- 1) $x^2 - 9 \leq 0$ 5) $x^2 + 3 \geq 0$
 2) $5x^2 > -10x$ 6) $x^2 \leq \sqrt{7}x$
 3) $x^2 + 4x - 5 \leq 0$ 7) $x^2 - 6x + 7 \leq 0$
 4) $x^2 + x + 1 < 0$ 8) $x^2 - 2x + 1 < 0$

Решить неравенство:

- 1) $(1 - x)(2x + 1) < -9$; 2) $\frac{2x^2}{9} \leq \frac{x + 3}{3}$; 3) $\frac{11x - 4}{5} \geq \frac{x^2}{2}$;

При каких значениях x имеет смысл выражение:

- 1) $\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + x}$; 2) $\sqrt{10 + 3x - x^2}$;