

Занятие №6. Алгебраические преобразования.

Формулы сокращённого умножения:

1) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ - разность квадратов

Прим1. $9 - m^2 = 3^2 - m^2 = (3 - m)(3 + m)$;

Прим2. $p^6 - 7 = (p^3)^2 - (\sqrt{7})^2 = (p^3 - \sqrt{7})(p^3 + \sqrt{7})$

2) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ - квадрат суммы

Прим1. $(2 + x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + x^2 = 4 + 4x + x^2$

Прим2. $(3\sqrt{x} + 7)^2 = (3\sqrt{x})^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3\sqrt{x} + 7^2 = 9x + 42\sqrt{x} + 49$

3) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ - квадрат разности

Прим. $(x - 0,5)^2 = x^2 - 2 \cdot 0,5x + 0,5^2 = x^2 - x + 0,25$

4) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ - куб суммы

5) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ - куб разности

6) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ - сумма кубов

7) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ - разность кубов

Прим1. $8 - x^3 = 2^3 - x^3 = (2 - x)(2^2 + 2x + x^2)$

Прим2. $p^6 - 7 = (p^2)^3 - \sqrt[3]{7^3} = (p^2 - \sqrt[3]{7})(p^4 + p^2 \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7^2})$

Специальные формулы:

1) $a^k = (a^{kn})^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^{kn}}$ - внесение под корень

Прим1. $2x^2 = (2^3 x^{3 \cdot 2})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^3 x^{3 \cdot 2}} = \sqrt[3]{8x^6}$

2) $a + b - c = d \left(\frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d} \right)$ - вынесение общего множителя за скобки

3) $a - b = -(-a + b) = -(b - a)$ - вынесение минуса

Прим1. $x - 1 = -(1 - x)$

Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые:

1.) $(a + 5)(a^2 - 5a + 25)$;

2.) $(2b - 1)(1 + 2b + 4b^2)$

3.) $(a + b)(a^2 + b^2) - (a^3 + b^3)$;

4.) $(10x - 3y)(100x^2 + 30xy + 9y^2)$

Разложить на множители:

1.) $a^3 - 125$; 2.) $(2c + 1)^3 - 27$; 3.) $x^3 + 64$; 4.) $(2b - 3)^3 + 1$; 5.) $27x^3 + 0.008$;

6.) $16x^2z^4 - \frac{y^6}{25}$; 7.) $16 - y^2$; 8.) $49 + a^2$; 9.) $-\frac{2}{9} + p^2$.

Разложить на множители:

1.) $a^3 - ab - a^2b + a^2$; 2.) $ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2$; 3.) $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 4x + 3y$;

4.) $2x + y + y^2 - 4x^2$; 5.) $5a(2x - 3) - 3x(2x - 3) + (3 - 2x)$;

6.) $d^3 - 4d^2 + 20d - 125$; 7.) $a^2 - 9b^2 + 12bc - 4c^2$.

Упростить выражение:

1.) $\frac{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}{a^2 - b^2}$; 2.) $\frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{b^2 - a^2}$;

3.) $\frac{1}{1 - 25a^2} + \frac{1}{25a^2 - 10a + 1}$; 4.) $\frac{c}{4c^2 - 9} - \frac{1}{4c + 6}$.

Дополнительные задания:

Разложить на множители:

1) $ab^2 - b^2y - ax + xy + b^2 - x$; 2) $ax^2 - 2ax - bx^2 + 2bx - b + a$; 3) $x^2y^2 - 5xy^2 + 6y^2 - x^2 + 5x - 6$.

Домашнее задание:

1) Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые: $(3d^3 - 4)(9d^6 + 12d^3 + 16)$

2.) Разложить на множители:

1.) $729 - b^3$; 2.) $(3k - 2)^3 - 8$; 3.) $n^3 + 1$; 4.) $(b + 1)^3 + 2$; 5.) $\frac{1}{27} + a^9$;

6.) $16x^2z^2 - \frac{y^4}{4}$; 7.) $4 + y^2$; 8.) $(n + 1)^2 - a^2$; 9.) $-\frac{1}{16} + mp^2$.

Разложить на множители:

1.) $1 - 4x^2 - 4xy - y^2$; 2.) $a - 3b + 9b^2 - a^2$; 3.) $4c^2 - 20ac + 25a^2 + 5a - 2c$;

4.) $x^3y - xy - x^3 + x$; 5.) $x^2y - x^2 - xy + x^3$;

6.) $x^2y^2 - 5x^2y + 4x^2 - y^2 + 5y - 4$; 7.) $by^2 + 4by - cy^2 - 4cy - 4c + 4b$.