Занятие №15. Системы уравнений.

Системы уравнений решаются двумя способами:

1.способ сложения

Прим. $\begin{cases} 2x+11y=-2 \\ x-3y=-1 \quad \Big| *(-2) \end{cases}$ домножаем обе части второго уравнения на -2;

$\begin{cases} 2x+11y=-2 \quad \oplus\downarrow \\ -2x+6y=2 \end{cases}$; складываем соответствующие части двух уравнений (первое без изменений)

$\begin{cases} 2x+11y=-2 \\ 17y=0 \end{cases}$; теперь второе уравнение содержит одну неизвестную, находим её

$\begin{cases} 2x+11\cdot 0=-2 \\ y=0 \end{cases}$; подставляем значение найденной неизвестной в первое уравнение

$\begin{cases} y=0 \\ x=-1 \end{cases}$ Ответ: (-1;0) либо: $\begin{cases} y=0 \\ x=-1 \end{cases}$, либо: $x=-1$, $y=0$.

2. способ подстановки

Прим. $\begin{cases} 2x+11y=-2 \\ x-3y=-1 \end{cases}$; из второго уравнения выражаем $\boldsymbol{x}$. Меняем уравнения местами.

$\begin{cases} x=3y-1 \\ 2x+11y=-2 \end{cases}$; подставляем это выражение вместо $\boldsymbol{x}$ во второе уравнение

$\begin{cases} x=3y-1 \\ 2(3y-1)+11y=-2 \end{cases}$; теперь второе уравнение содержит только одну неизвестную

$\begin{cases} x=3y-1 \\ 6y-2+11y=-2 \end{cases}$; приводим подобные, решаем уравнение

$$\begin{cases} x=3y-1 \\ 17y=0 \end{cases};\ \begin{cases} x=3y-1 \\ y=0 \end{cases}$$; подставляем значение ***y*** в первое уравнение

$$\begin{cases} y=0 \\ x=3\cdot 0-1 \end{cases};\ \begin{cases} y=0 \\ x=-1 \end{cases}$$ Ответ: (-1;0) либо: $\begin{cases} y=0 \\ x=-1 \end{cases}$, либо: $x=-1$, $y=0$.

Если в ходе решения системы уравнение, содержащее одну неизвестную, является **квадратным** (или имеет другой нелинейный вид), то решать его надо отдельно. Далее, для **каждого** значения одной неизвестной надо найти соответствующее значение другой неизвестной.

Прим. $\begin{cases} y=x+1 \\ x^2=4 \end{cases}$; $x^2=4$; $x_{1,2}=\pm 2$;

1) $\begin{cases} x=-2 \\ y=x+1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2+1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x=2 \\ y=x+1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=2 \\ y=2+1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Ответ: (-2;-1), (2;3).5

1Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y-2x}{5}=1\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{y}{2}+\dfrac{5}{6}=\dfrac{x+y}{3} \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 3(x-y)-2(x+y)=2x-2y \\ \dfrac{x+y}{5}-\dfrac{x-y}{3}=1-\dfrac{y}{15} \end{cases}$; 3) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{3} \\ x^2+y^2=50 \end{cases}$.

2Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} (x-1)(y+4)=0 \\ y^2+xy-2=0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} xy=4 \\ x^2-y^2=6 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} xy=-8 \\ (x-4)(y-2)=-12 \end{cases}$.

3Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} \\ xy=-18 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x+y-xy=-14 \\ x+y+xy=2 \end{cases}$.

4Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=4\\ \frac{1}{x}-\frac{3}{y}=9\end{cases}$; 2) $\begin{cases}\frac{6}{x-y}-\frac{8}{x+y}=-2\\ \frac{9}{x-y}+\frac{10}{x+y}=8\end{cases}$; 3) $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5\\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=13\end{cases}$ 4) $\begin{cases}xy-x^2=-18\\ xy+x^2=14\end{cases}$; 5) $\begin{cases}x^2+y^2=5\\ x^4-y^4=15\end{cases}$.

6) $\begin{cases}x^4+y^4=82\\ xy=3\end{cases}$; 7) $\begin{cases}x^2+y^2+xy=7\\ x+y+xy=5\end{cases}$; 8) $\begin{cases}x^2+\frac{1}{2}x-5y=8\\ y^2+x+2x^2=40\end{cases}$; 9) $\begin{cases}a+b+c=2\\ b+c+d=0\\ a+b+d=1\\ a+c+d=3\end{cases}$.

Домашнее задание:

1Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases}\frac{3x}{4}-\frac{y-3x}{2}=-6\\ \frac{y-x}{3}-\frac{1}{6}=\frac{y}{2}\end{cases}$; 2) $\begin{cases}5(x+y)-4(x-y)=8y-3x\\ \frac{x-y}{2}-\frac{x+y}{6}=3\end{cases}$; 3) $\begin{cases}\frac{y}{x}=\frac{1}{2}\\ x^2-y^2=21\end{cases}$

2Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases}x+2)(y-1)=0\\ x^2-xy-12=0\end{cases}$; 2) $\begin{cases}xy=18\\ x^2-y^2=15\end{cases}$; 3) $\begin{cases}xy=24\\ (x+1)(y-2)=20\end{cases}$.

3Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{2}{3}\\ x-y=2\end{cases}$; 2) $\begin{cases}2(x+y)-xy=4\\ 2xy+x+y=-18\end{cases}$.

4Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=4\\ \frac{1}{y}-\frac{2}{x}=10\end{cases}$; 2) $\begin{cases}x^2-y^2=2\\ x^4-y^4=5\end{cases}$.