

## Занятие №11. Уравнения приводящиеся к квадратным.

Биквадратные уравнения имеют вид:  $ax^4 + bx^2 + c = 0$

Решаются в два этапа.

1-ый этап: путем замены  $x^2 = t$ , исходное уравнение приводится к квадратному:  $at^2 + bt + c = 0$  и решается обычным образом. Если найдены корни  $t_1$ ,  $t_2$ , переходим ко второму этапу. Если квадратное уравнение не имеет корней, то и соответствующее биквадратное так же не имеет корней.

2-ой этап: решаем уравнение замены  $x^2 = t$  для каждого корня  $t_1$ ,  $t_2$ .

$$\begin{aligned}x^2 &= t_1 & x^2 &= t_2 \\x_{1,2} &= \pm\sqrt{t_1} & x_{3,4} &= \pm\sqrt{t_2}\end{aligned}$$

Примечание. Если значение  $t < 0$ , то соответствующее уравнение  $x^2 = t$  не имеет корней.

Пример.  $x^4 + 7x^2 - 18 = 0$  пусть  $x^2 = t$ , тогда

$$\begin{aligned}t^2 + 7t - 18 &= 0 \\D &= 49 + 72 = 121 \\t_1 &= \frac{-7 - 11}{2} = -9 \\t_2 &= \frac{-7 + 11}{2} = 2\end{aligned}$$

Вернёмся к уравнению замены:

$$\begin{aligned}1) \quad x^2 &= -9 \\&\text{нет корней} \quad 2) \quad x^2 = 2 \\& & x_{1,2} &= \pm\sqrt{2}\end{aligned}$$

Ответ:  $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ .

**Решить уравнения:**

1)  $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$ ; 2)  $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$ ;

3)  $x^5 - 9x^3 + 20x = 0$ ; 4)  $x + \sqrt{x} - 20 = 0$ ;

**Решить уравнения:**

1)  $x^4 - 25x^2 + 60x - 36 = 0$ ; 2)  $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60$ ;

3)  $\left| \frac{x^2 - 3x}{2} + 3 \right| \left| \frac{x^2 - 3x}{2} - 4 \right| + 10 = 0$ ; 4)  $(x - 5)^4 - 3(x - 5)^2 - 4 = 0$ ;

**Решить уравнение:**

$$(2x^2 - x + 1)^2 + 6x = 1 + 9x^2$$

$$(x - 2)^2(x^2 - 4x + 3) = 12$$

**Дополнительные задания:**

**Решить уравнения:**

1)  $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 3)(x - 2) = 1$ ; 2)  $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 120$ ;

3)  $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0$

**Домашнее задание:**

**Решить уравнения:**

1)  $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$ ; 2)  $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$ ;

3)  $x^5 - 7x^3 + 12x = 0$ ; 4)  $x - 6\sqrt{x} - 27 = 0$ ;

**Решить уравнения:**

1)  $x^4 - 16x^2 + 24x - 9 = 0$ ; 2);

2)  $\left| 2 - \frac{x^2 + 2x}{3} \right| \left| 4 - \frac{x^2 + 2x}{3} \right| = 3$ ; 3)  $(x + 2)^4 + 5(x + 2)^2 - 36 = 0$ ;

**Решить уравнения:**

1)  $x^2 + 1 = 2x + (3x^2 - x - 2)^2$ ; 2)  $(x^2 + 6x)^2 - 2(x + 3)^2 - 17 = 0$ ;